

# ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU MARDI 27 DÉCEMBRE 1932.

PRÉSIDENTE DE M. ARSÈNE D'ARSONVAL, PUIS DE M. CHARLES RICHET.

---

## MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **PRÉSIDENT** annonce à l'Académie qu'à l'occasion de la Nouvelle année la prochaine séance hebdomadaire aura lieu le mardi 3 janvier au lieu du lundi 2.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur l'intégration par quadratures d'une classe d'équations différentielles :  $d^2y/dx^2 = F(x, y)$ .* Note de M. **JULES DRACH**.

Nous avons montré autrefois <sup>(1)</sup> comment on pouvait déterminer la fonction  $F(x, y)$  dans l'équation du second ordre

$$(1) \quad \frac{d^2y}{dx^2} = F(x, y),$$

où l'équation linéaire aux dérivées partielles

$$(2) \quad X(f) = \frac{\partial f}{\partial x} + \frac{\partial f}{\partial y} y' + \frac{\partial f}{\partial y'} F(x, y) = 0,$$

de manière que cette équation admette une intégrale première *entière* ou *rationnelle* en  $y'$ . Il s'agit ici de trouver  $F(x, y)$  quand une intégrale première de (2) a la forme

$$(3) \quad \varphi = A_0 + \sum m_j \log(y' - \gamma_j),$$

---

<sup>(1)</sup> *Comptes rendus*, 168, 1919, p. 497, et *Comptes rendus du Congrès de Strasbourg*, I, 1920, p. 374.

où  $A_0$  et les  $k$  fonctions  $\gamma_i(x, y)$  sont à déterminer, les  $m_i$  étant des constantes quelconques, réelles ou complexes, DONNÉES.

Cette recherche redonne, en particulier, sous une forme un peu différente, les résultats antérieurs et les complète.

I. a. Supposons d'abord la somme  $m = \sum m_j \neq 0$ .

La forme de l'équation (1) se conserve par deux transformations

$$(T_1) \quad Y = \lambda(x) y, \quad X = \xi(x), \quad \text{avec} \quad \lambda^2 = \frac{d\xi}{dx},$$

et

$$(T_2) \quad Y = y + \eta(x), \quad \xi \text{ et } \eta \text{ arbitraires.}$$

Cela permet de réduire (1) et (3) à une forme type, pour laquelle

$$A_0 = 0 \quad \text{et} \quad \sum m_i \gamma_i = 0.$$

Les inconnues  $\gamma$  et  $F$  sont alors définies par les équations

$$(S) \quad \frac{\partial \gamma_i}{\partial x} + \gamma_i \frac{\partial \gamma_i}{\partial y} = F(x, y) \quad (i = 1, \dots, k)$$

sous la condition  $\sum m_i \gamma_i = 0$ ; ce système (S) est équivalent à une seule équation d'ordre  $(k-1)$  à une fonction inconnue de deux variables. C'est ce système (S) que nous intégrons ici par des quadratures de différentielles totales.

Suivant la méthode générale indiquée ailleurs (*loc. cit.*), nous remplaçons (S), débarrassé de  $F$ , par un système d'équations aux différentielles totales, en nombre  $(k-1)$ ,

$$(\Omega) \quad dy - \zeta_i dx = \Gamma_i d\Phi_i \quad (i = 2, \dots, k),$$

où les  $\Phi_i$ , variables caractéristiques d'Ampère, sont donnés par

$$\Phi_i = \sum m_j \log(\zeta_i - \gamma_j) \quad (i = 2, \dots, k),$$

les  $\zeta_i$  désignant les  $(k-1)$  racines de l'équation

$$\frac{\partial \Phi}{\partial y} = \sum \frac{m_j}{y^i - \gamma_j} = 0.$$

Les équations de définition des  $\Phi_i$ , jointes aux relations

$$\sum \frac{m_j}{\zeta_i - \gamma_j} = 0 \quad \text{et} \quad \sum m_j \gamma_j = 0,$$

déterminent les  $\gamma, \zeta$  au moyen des  $(k-1)$  variables  $\Phi_i$ . Le calcul des déri-



vées des  $\gamma, \zeta$  est rendu facile, si l'on introduit une fonction auxiliaire

$$u = \sum m_j \log \gamma_j,$$

choisie de manière à former avec les fonctions  $\Phi_i$  un système orthogonal de l'espace *euclidien* à  $k$  dimensions, aux coordonnées orthogonales :  $x_i$ , où  $x_i^2 = m_i \gamma_i$ . On déterminera ensuite  $u$  par la condition  $\sum m_j \gamma_j = 0$ .

Les formules obtenues se résument dans les suivantes

$$\frac{\partial \gamma'}{\partial \Phi_j} = \frac{1}{\Phi''(\zeta_j) (\zeta_j - \gamma')},$$

où l'on a

$$\Phi''(\zeta_i) = - \sum \frac{m_j}{(\zeta_i - \gamma_j)^2};$$

elles sont satisfaites par les  $\gamma_i$  et aussi par les  $\zeta_i$  si  $i \neq j$ .

Nous montrons qu'il est possible de trouver des  $\Gamma_i$  en  $\Phi_2, \dots, \Phi_k$ , avec la généralité nécessaire, de manière que  $(\Omega)$  possède  $(k-1)$  combinaisons intégrables. Le système des conditions imposées aux  $\Gamma_i$  peut être vérifié en posant

$$\Gamma_i = \Phi''(\zeta_i) \frac{\partial \theta}{\partial \Phi_i},$$

où la fonction  $\theta$  est la solution d'un *système de Laplace*

$$(\Lambda) \quad \frac{\partial^2 \theta}{\partial \Phi_i \partial \Phi_j} - \frac{1}{\Phi''(\zeta_j) (\zeta_j - \zeta_i)^2} \frac{\partial \theta}{\partial \Phi_i} - \frac{1}{\Phi''(\zeta_i) (\zeta_j - \zeta_i)^2} \frac{\partial \theta}{\partial \Phi_j} = 0$$

*complètement intégrable*. On peut déterminer les fonctions correspondantes :  $h_i = 1/\sqrt{\Phi''(\zeta_i)}$  et écrire le système sous la forme

$$f_{i,j}(\theta) = \frac{\partial^2 \theta}{\partial \Phi_i \partial \Phi_j} - \frac{1}{h_j} \frac{\partial h_j}{\partial \Phi_i} \frac{\partial \theta}{\partial \Phi_j} - \frac{1}{h_i} \frac{\partial h_i}{\partial \Phi_j} \frac{\partial \theta}{\partial \Phi_i} = 0$$

avec les conditions

$$f_{i,j}(h_l) = 0 \quad (i, j, l \text{ différents}).$$

b. On est conduit à ces expressions des  $\Gamma_i$  en considérant la seconde intégrale première de (1), définie par la quadrature

$$dW = \frac{dy - y' dx}{\frac{\partial \Phi}{\partial y'}} = \frac{(dy - y' dx) \Lambda(y')}{m P(y')},$$

où

$$\Lambda(y') = (y' - \gamma_1) \dots (y' - \gamma_k), \quad P(y') = (y' - \zeta_1) \dots (y' - \zeta_k).$$

Si l'on décompose  $d\Psi$  en fractions simples, on aura encore, *en tenant compte de*  $(\Omega)$ ,

$$m d\Psi = y' dy + \left( \frac{R_2}{m} - y'^2 \right) dx + \sum \frac{C_i d\Phi_i}{y' - \zeta_i},$$

avec  $R_2 = \sum m_j \gamma_j^2$  et si l'on écrit que  $d\Psi$  est *différentielle exacte* en  $x, y, \Phi_2, \dots, \Phi_k$ , quel que soit le paramètre  $\Phi$  qui figure dans  $y'$ , on trouve

$$C_i = \frac{\partial \theta}{\partial \Phi},$$

$\theta$  étant solution du système  $(\Lambda)$ .

Si l'on met dans  $\theta$  les variables  $x, y$  en évidence, on pourra écrire

$$\frac{\partial \theta}{\partial \Phi_i} = -y' \frac{\partial}{\partial \Phi_i} \left( \frac{R_2}{2m} \right) - x \frac{\partial}{\partial \Phi_i} \left( \frac{2R_3}{3m} \right) + \frac{\partial \omega}{\partial \Phi_i}$$

avec

$$R_3 = \sum m_j \gamma_j^3,$$

$\omega$  désignant la solution générale de  $(\Lambda)$ , dépendant seulement des  $\Phi_i$ .

c. En supposant  $\omega$  connu, on obtient les équations qui donnent les  $\Phi_i$  en  $x, y$  (et, par suite, les  $\gamma, \zeta$  et  $F$ ) en partant des combinaisons intégrables de  $(\Omega)$ , qui sont ici :

$$m d\Psi_j = \gamma_j dy + \left( \frac{R_2}{m} - \gamma_j^2 \right) dx + \sum \frac{\frac{\partial \theta}{\partial \Phi_i}}{(\gamma_j - \zeta_i)} d\Phi_i = 0,$$

et donnent les conditions

$$m \Psi_j = \gamma_j y + \left( \frac{R_2}{m} - \gamma_j^2 \right) x + \int \sum \frac{\frac{\partial \omega}{\partial \Phi_i}}{(\gamma_j - \zeta_i)} d\Phi_i = \text{const.}$$

Il y en a  $k$ , mais on a l'identité

$$\sum m_j d\Psi_j = 0.$$

Une fois les  $\Phi_i$  connus en  $x, y$ , on a aussi l'intégrale générale de (1) sous la forme

$$y' y + \left( \frac{R_2}{m} - y'^2 \right) x + \int \sum \frac{\frac{\partial \omega}{\partial \Phi_i}}{(y' - \zeta_i)} d\Phi_i = m \Psi$$

avec les constantes  $\Phi, \Psi$ .

d. L'intégration du système de Laplace  $(\Lambda)$  (détermination de  $\omega$ ) se fait en observant que  $y'$  et  $R_2/m - y'^2$  sont des solutions de  $(\Lambda)$  qui dépendent du paramètre  $\Phi$ . Il en résulte que  $\partial y' / \partial \Phi = 1 / (\partial \Phi / \partial y')$  est encore une



solution; nous la généralisons en posant

$$\omega = \int \frac{f(\Phi) d\Phi}{\frac{\partial \Phi}{\partial y'}} = \int \frac{A(y')}{m P(y')} f(\Phi) d\Phi,$$

où la fonction  $f(\Phi)$  est arbitraire. On déduit de là, en observant que les points *singuliers* sont  $y' = \zeta_i$ , c'est-à-dire  $\Phi = \Phi_i$ , ( $k-1$ ) intégrales *distinctes*, dont la forme variera suivant les conditions remplies par les constantes  $m_i$ . Ce sont des intégrales prises, dans le plan complexe  $\Phi$ , d'un point  $\Phi = \Phi_2$  à un point  $\Phi = \Phi_i$ , à condition qu'elles aient un sens, ou bien des intégrales prises suivant des contours fermés entourant certains des points  $\Phi_i$ , pourvu que  $y'$  reprenne sa valeur initiale. Dans le cas général, on peut en former ( $k-2$ ) avec des *doubles contours* relatifs à deux points singuliers,  $\Phi_2$  et  $\Phi_i$ , et une autre avec un contour les entourant tous. Remarquons qu'en remplaçant  $\Phi$  par une puissance de  $\Phi$ , on peut disposer de  $m_i$ , somme des  $m_i$ .

II. Lorsque  $\Sigma m_i = 0$ , les formes initiales et les réductions sont différentes. Les transformations  $(T_1)$  et  $(T_2)$  permettent seulement de prendre

$$\Phi = x + \Sigma m_j \log(y' - y_j),$$

et l'on a deux équations finies

$$\Sigma m_j \gamma_j = y, \quad \Sigma m_j \gamma_j^2 = X(x),$$

où la fonction arbitraire  $X(x)$  est essentielle.

Il n'y a plus ici que ( $k-2$ ) variables caractéristiques  $\Phi_i$ , correspondant aux ( $k-2$ ) racines de

$$\frac{\partial \Phi}{\partial y'} = \Sigma \frac{m_j}{y' - \gamma_j} = \frac{y P(y')}{A(y')} = 0.$$

Les dérivées des  $\gamma, \zeta$  en  $x, y, \Phi_3, \dots, \Phi_k$  s'obtiennent encore en passant par l'intermédiaire d'une fonction  $u = \Sigma m_j \log \gamma_j$  qui forme, avec les  $(\Phi_i - x)$  et  $y$ , un système orthogonal de l'espace euclidien des  $x_i$ , donnés par

$$x_i^2 = m_i \gamma_i.$$

Cette fonction  $u$  est définie par la condition  $\Sigma m_j \gamma_j^2 = X$ .

En écrivant que le système  $(\Omega)$  possède ( $k-2$ ) combinaisons intégrables, on retrouve  $\Gamma_i = \Phi''(\zeta_i) \partial \theta / \partial \Phi_i$ , où  $\theta$  est solution du même système  $(\Lambda)$ .

Ce système ne dépend pas de  $y$ , mais dépend de  $x$ . Cependant si l'on observe avec Darboux que l'on peut poser  $\partial \theta / \partial \Phi_i = h_i E_i$ , les  $E_i$  satisfaisant

au système linéaire

$$(E) \quad \frac{\partial E_i}{\partial \Phi_j} = \beta_{ij} E_j \quad (i \neq j = 3, \dots, k),$$

les éléments  $\beta_{ij} = 1/h_i \partial h_j / \partial \Phi_i$  sont indépendants de  $x$ .

On a en outre ici  $\beta_{ij} = \beta_{ji}$ , d'où de nombreuses conséquences (cf. G. DARBOUX, *Leçons sur les systèmes orthogonaux*, etc., Paris 1910, Livre III, Chap. III, *passim*).

Il y a donc, comme plus haut, *séparation* des variables  $x, y$ , le problème essentiel étant l'intégration de (E), qui se fait comme il a été indiqué.

L'étude actuelle, dont le détail paraîtra ailleurs, avec l'examen de cas singuliers (caractéristiques *multiples*), se transporte, point par point, à l'équation des lignes géodésiques suivant la méthode indiquée, par exemple, au Congrès de Toronto (*Proceedings of the In-Congress of Toronto*, 1924, I, p. 492); nous espérons y revenir prochainement.

MAGNÉTO-OPTIQUE. — *Dispersion rotatoire magnétique d'un composé coloré diamagnétique : la thiobenzophénone*. Note <sup>(1)</sup> de MM. A. COTTON et M. SCHÉRER.

Nous avons indiqué récemment les résultats que l'on trouve en mesurant, dans toute l'étendue d'une bande d'absorption, les rotations magnétiques d'un sel paramagnétique, le chlorure de cobalt à l'état dissous. La courbe tracée par l'un de nous <sup>(2)</sup> présentait des anomalies très marquées : rappelons que sur les deux bords de la bande on trouvait de grandes valeurs *négatives* de la dérivée  $d\zeta/d\lambda$ , et dans la région du maximum d'absorption un point d'inflexion (coïncidant avec un changement de signe des rotations lié à l'existence du dichroïsme circulaire magnétique). Nous rappelions <sup>(3)</sup> que l'on n'avait pu encore faire une semblable étude des deux côtés d'une large bande d'absorption pour un corps diamagnétique. Nous indiquerons aujourd'hui quelques résultats se rapportant à un tel composé, dans la molécule duquel ne se trouve aucun atome paramagnétique.

Il s'agit de la *thiobenzophénone*  $C^6H^5 - CS - C^6H^5$ , que nous avons

<sup>(1)</sup> Séance du 19 décembre 1932.

<sup>(2)</sup> M. SCHÉRER, *Comptes rendus*, 193, 1932, p. 950.

<sup>(3)</sup> A. COTTON, *Comptes rendus*, 193, 1932, p. 915.



étudié à l'état surfondu. Ce composé — un liquide bleu foncé — présente pour une semblable étude des avantages particuliers : Il peut être étudié dans ces conditions à la température ambiante en dehors de la présence d'un dissolvant. En second lieu c'est un composé aromatique : on pouvait donc s'attendre à des valeurs élevées des rotations magnétiques permettant l'emploi de couches minces. Enfin il ne présente dans le spectre visible qu'une bande d'absorption. Il a en revanche l'inconvénient que la région de transparence située du côté des grandes longueurs d'onde se trouve déjà loin dans le rouge et que les mesures dans cette région spectrale sont difficiles : elles le sont plus encore quand elles sont compliquées par l'absorption et qu'on doit employer de grands angles de pénombres. Un autre inconvénient est que ce liquide doit être manié autant que possible à l'abri de l'oxygène de l'air.

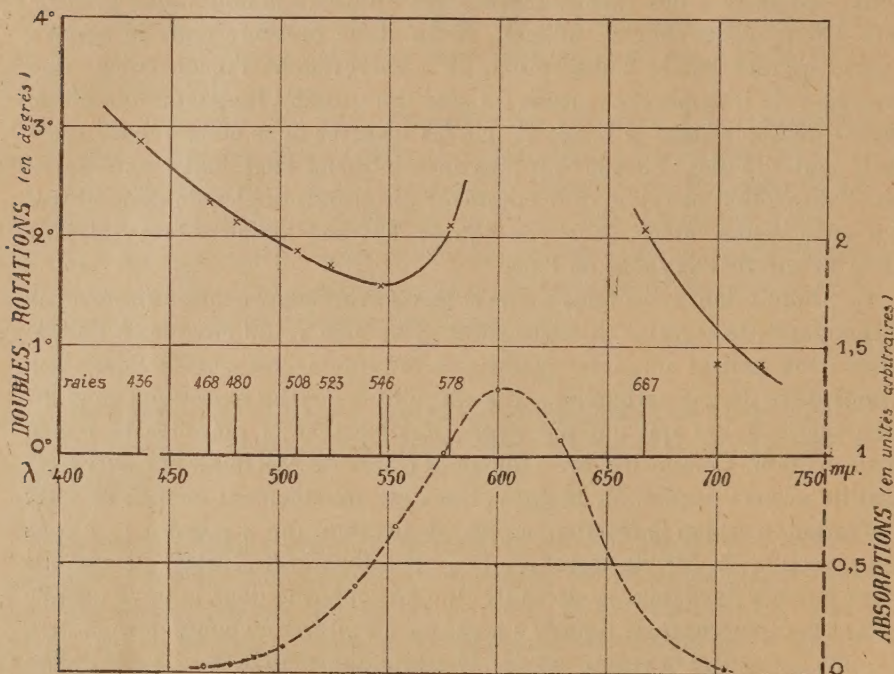
Le produit dont nous nous sommes servis avait été préparé autrefois par Tchougaeff : le regretté chimiste russe avait bien voulu envoyer à l'un de nous deux petites ampoules scellées où le liquide s'est conservé dans une atmosphère de gaz carbonique. Il avait joint la courbe reproduite en pointillé sur la figure qui indique approximativement la place de la bande d'absorption. Comme il y avait quelques traces de précipité, le corps a été distillé avant l'emploi. M. Haenny, qui s'est aimablement chargé de cette opération, a retenu la fraction la plus importante, qui a passé à  $170^{\circ}$  sous une pression de  $8^{\text{mm}}$  de mercure. Des cristallisations seraient nécessaires pour purifier davantage ce produit. Une fois enfermé dans la cuve utilisée pour ces expériences, le liquide n'a pas paru s'altérer au cours des mesures comme l'a montré la répétition des déterminations faites avec la raie indigo du mercure.

Cette cuve a été construite en pratiquant un trou rond dans une feuille de mica épaisse seulement de  $0^{\text{mm}},13$ . Les deux glaces de fermeture, collées à la paraffine, l'une avant, l'autre après l'introduction de la goutte de liquide, étaient des lames minces de pyrex non trempées. Deux lames pareilles servaient à déterminer pour chaque radiation la correction à faire tenant à la rotation magnétique de ces glaces de fermeture.

Les radiations utilisées ont été fournies par l'arc au mercure, l'arc au cuivre, des ampoules à la vapeur de cadmium et à l'hélium utilisées avec l'appareil de F. Esclangon. Dans le rouge extrême on a dû se contenter, faute de mieux, d'utiliser des portions prises, avec le séparateur, dans le spectre continu d'un arc au charbon. Dans ces conditions la longueur

d'onde efficace est loin d'être bien définie <sup>(1)</sup> et les mesures correspondantes sont certainement moins précises.

La figure indique les résultats obtenus dans ces conditions. Malgré la faible épaisseur de la couche absorbante il n'a pas été possible de faire des



mesures au milieu même de la bande, dans la région où l'absorption est la plus grande.

Mais les valeurs trouvées de part et d'autre permettent dès à présent d'indiquer les résultats suivants : Pour ce liquide diamagnétique les anomalies de la dispersion rotatoire magnétique sont bien nettes des deux côtés de la bande. Elles ne présentent pas les mêmes caractères qu'on remarquait dans le cas du chlorure de cobalt. La dérivée  $d\rho/d\lambda$  a des signes

(<sup>1</sup>) On a pris dans ces cas la précaution d'interposer toujours le corps absorbant sur le trajet des rayons, même lorsqu'on déterminait la correction tenant aux glaces terminales.



opposés sur les deux bords de la bande, elle est positive du côté des courtes longueurs d'onde. Il n'y a plus de changement de signe des rotations.

Le dichroïsme circulaire magnétique a été recherché sans succès, mais seulement pour la radiation verte  $508^{m\mu}$  pour laquelle les mesures sont encore faciles.

Il sera sans doute possible de pousser plus loin cette étude : On emploiera, pour avoir plus de lumière, des couches absorbantes plus minces encore, en même temps qu'on accroîtra l'intensité du champ magnétique. On utilisera dans ce but les bobines supplémentaires du grand électro-aimant de Bellevue qui viennent d'être construites. On pourra alors sans doute faire plus complètement l'étude de l'intérieur même de la bande. On verra en particulier en prenant un produit plus pur, si, comme il semble, il y a cette fois, dans la région du maximum d'absorption, un *maximum* (et non plus un point d'inflexion) sur la courbe représentant les rotations magnétiques.

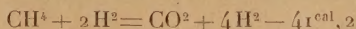
CHIMIE INDUSTRIELLE. — *Action de la vapeur d'eau sur le méthane.*

Note de MM. C. MATIGNON et M. SÉON.

L'hydrogène est aujourd'hui une matière première industrielle dont l'intérêt va sans cesse croissant (synthèse de l'ammoniaque, hydrogénation des huiles lourdes et du charbon, etc.).

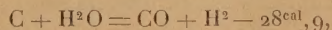
Nous avons étudié l'action de la vapeur d'eau sur le méthane et sur d'autres carbures en vue de réaliser éventuellement, à partir de ces composés, une méthode de préparation de l'hydrogène.

La réaction



aurait pour résultat de transformer le méthane en un volume d'hydrogène quadruple du sien. Or le méthane est fourni abondamment par certaines régions pétrolifères; il forme le quart du gaz des fours à coke et sa proportion atteint environ 50 pour 100 après l'élimination de l'hydrogène, effectuée en vue de la synthèse de l'ammoniaque, enfin il a produit abondamment dans la synthèse du pétrole à partir du charbon ou des huiles lourdes.

Par comparaison avec la réaction génératrice de gaz à l'eau



la première est intéressante au point de vue économique puisqu'elle n'absorbe

par molécule de gaz utile dégagée que  $10^{\text{cal}},3$  au lieu de  $14^{\text{cal}},4$ ; elle est également facilitée en ce qui concerne la température de réalisation, puisque les énergies endothermiques par molécule gazeuse de l'état final, non compensée par une molécule du système initial, sont respectivement de  $20^{\text{cal}},6$  et  $28^{\text{cal}},9$ .

Nous nous sommes proposé tout d'abord de trouver un catalyseur susceptible d'orienter le système vers la formation du gaz carbonique et d'étudier ensuite le rôle de la température. A cet effet, nous avons opéré, dans ces premiers essais, avec un grand excès d'eau (atteignant jusqu'à 80 fois la quantité théorique), c'est-à-dire dans des conditions éloignées de la pratique, mais qui permettaient de résoudre les problèmes posés.

On a déjà signalé que le nickel réduit <sup>(1)</sup>, activé ou non, catalyse cette transformation, mais le nickel est trop sensible à l'action des impuretés pour constituer un catalyseur pratique à haute température. Nos essais ont porté sur la zircone, l'amiante zirconée préparée par voie chimique ou par simple saupoudrage, la thorine, l'oxyde de fer, seul ou additionné de 10 pour 100 de carbonate de potasse, l'alumine.

Les expériences ont été poursuivies dans des conditions comparables : même vitesse des gaz, même durée de contact.

Le gaz méthane utilisé était un gaz industriel préparé par la Compagnie des Mines de Béthune et répondant à la composition :  $\text{CH}^4$ , 63,7;  $\text{N}^2$ , 14,4;  $\text{H}^2$ , 10,0;  $\text{CO}$ , 7,3;  $\text{O}^2$ , 3,8;  $\text{C}^2\text{H}^4$ , traces.

Les gaz et vapeurs réactionnels traversent le catalyseur à la température de  $1000^\circ$ . Les gaz de la réaction prélevés en marche normale sont analysés sur la cuve à mercure par les procédés habituels. La teneur en gaz carbonique est un peu faible par suite de la présence de l'eau. Voir les résultats dans le tableau ci-contre.

La zircone et la thorine favorisent toutes deux la production du gaz carbonique, mais la zircone est plus avantageuse. Ce sont d'ailleurs des catalyseurs robustes à cause de la stabilité de leurs molécules qui les rend insensibles à l'action des impuretés, quand on opère dans la vapeur d'eau. Le zircon de Madagascar, beaucoup plus accessible que la zircone, ne nous a pas donné de bons résultats et non plus l'amiante zirconée. Les essais suivants qui ont eu pour but de mettre en évidence l'influence de la température, ont été poursuivis également avec un très grand excès de vapeur d'eau.

---

<sup>(1)</sup> NEUMANN et JACOB, *Zeits. Elek.*, 30, 1924, p. 557; KUBOTA et YAMANAKA, *Bull. Chem. Soc. Japan.*, 4, 1929, p. 1.



Catalyseur.	Tempé- rature.	Composition du gaz obtenu						Durée de con- tact.
		H <sup>2</sup> .	N <sup>2</sup> .	CH <sup>4</sup> .	O <sup>2</sup> .	CO.	CO <sup>2</sup> .	
Gaz initial.....	1000°	10,0	14,4	63,7	3,8	7,3	0,0	—
Tube de SiO <sup>2</sup> .....	»	16,3	13,0	57,6	2,3	5,4	4,3	..
ZrO <sup>2</sup> .....	»	74,0	4,7	3,7	0,0	0,0	17,4	7"
» .....	»	73,9	4,8	3,9	0,0	0,0	16,9	»
» .....	»	74,4	4,8	3,9	0,0	0,0	17,2	»
Amiante zirconée.....	»	34,4	20,1	31,2	3,5	2,9	7,6	»
» .....	»	33,6	20,6	30,5	3,4	2,4	7,0	»
Amiante saupoudrée.....	»	60,6	10,2	15,4	0,0	1,4	14,7	»
» .....	»	58,5	9,8	14,7	0,0	1,2	14,0	»
ThO <sup>2</sup> .....	»	63,9	6,2	13,9	0,0	0,0	15,9	»
» .....	»	63,1	6,0	13,1	0,0	0,0	15,5	»
Fe <sup>2</sup> O <sup>3</sup> .....	»	43,9	9,2	32,1	0,0	2,9	11,9	»
» .....	»	43,4	9,9	33,6	0,0	2,2	11,2	»
Fe <sup>2</sup> O <sup>3</sup> + 10 pour 100-CO <sup>2</sup> K <sup>2</sup> ..	»	33,6	11,9	41,9	0,0	2,3	11,9	»
» .....	»	32,9	11,2	40,8	0,0	1,9	11,2	»
Al <sup>2</sup> O <sup>3</sup> .....	»	41,4	10,9	34,2	0,0	4,4	10,1	»
» .....	»	40,2	10,1	33,1	0,0	4,0	9,5	»

Le méthane mis en œuvre était un méthane pur dosant 99,9 pour 100. Les expériences ont été conduites à 1050°, 900° et 860°. Pour obtenir plus de précision dans l'analyse des gaz, nous avons employé l'excellente méthode de Hempel-Drehschmidt sous la forme que lui ont donnée MM. de Ruder et Biedermann <sup>(1)</sup>.

Les gaz carbonique et oxygène sont absorbés par leurs réactifs habituels, l'acétylène par la solution alcaline d'iodomercurate de potasse, l'éthylène par l'acide sulfurique activé avec le sulfate de nickel, l'oxyde de carbone par la solution cupro-ammonique, enfin l'hydrogène et le méthane sont déterminés simultanément par combustion. L'acétylène et l'éthylène n'ont pas été constatés en quantité appréciable.

(1) *Bull. Soc. chim.*, 47, 1930, p. 715.

Température.	Durée de contact.	Composition du gaz obtenu.				Rapport de la vapeur H <sup>2</sup> O.
		H <sup>2</sup> .	CH <sup>4</sup> .	CO.	CO <sup>2</sup> .	
1050°	7"	82	0,0	0,0	17,9	1
»	»	80,9	0,0	0,0	18,6	1
»	»	81,2	0,0	0,0	18,9	1
960°	8"	69,1	17,0	2,7	13,0	0,54
»	»	67,8	16,4	2,7	12,5	0,54
»	»	67,9	16,7	2,6	12,7	0,54
»	»	69,2	18,1	3,1	11,1	0,84
»	»	68,0	17,0	2,9	10,0	0,84
»	»	68,4	17,1	3,0	10,1	0,84
»	»	68,2	16,9	3,1	11,2	1,1
860°	7"	23,1	69,2	1,0	4,2	0,25
»	»	24,9	71,0	0,9	4,4	0,25
»	»	25,1	70,7	0,9	4,2	0,25
»	»	38,2	54,0	0,8	7,6	0,32
»	»	37,1	53,0	0,6	7,4	0,32
»	»	43,4	49,2	2,9	5,2	0,42
»	»	43,0	48,1	2,5	4,7	0,42
»	»	63,0	23,0	2,3	13,1	1,16
»	»	62,9	23,9	2,1	13,0	1,16

Dans la dernière colonne, on a donné les quantités relatives de vapeur d'eau utilisées pour un même volume de méthane, en représentant par l'unité celle qui correspond à la première expérience. A 1050°, nous avons obtenu une transformation intégrale du gaz méthane en gaz carbonique. Quand la température s'abaisse l'oxyde de carbone apparaît en même temps qu'augmente la proportion de méthane non décomposé; toutes les conditions restant les mêmes : proportion de vapeur d'eau, durée de contact. A 800°, la réaction est assez fortement influencée par la quantité de vapeur d'eau. En employant jusqu'à 1000 fois la quantité théorique, on a pu abaisser la proportion de méthane non décomposé, au-dessous de 20 pour 100.

Il résulte de l'ensemble de ces essais que la zircone constitue un excellent catalyseur pour transformer le gaz méthane en gaz carbonique et hydrogène. C'est un catalyseur robuste, qui paraît, quand on opère dans la vapeur d'eau, insensible à l'action des impuretés. Les températures voisines de 1050° ou au-dessus paraissent particulièrement favorables pour la production de l'hydrogène à partir du méthane, dans les conditions particulières où nous avons opéré : lenteur de la réaction, grand excès de vapeur d'eau.



CHIMIE AGRICOLE. — *Sur l'importance des sulfates comme engrais.*Note de MM. **GABRIEL BERTRAND** et **L. SILBERSTEIN**.

On ne peut obtenir de bonnes récoltes dans les expériences de laboratoire en milieux artificiels, sans introduire dans ces milieux une certaine proportion de soufre combiné sous une forme assimilable, par exemple, celle de sulfate alcalin ou calcique. Mais en est-il de même dans la pratique agricole? Les agronomes auxquels on pose la question répondent qu'ils ne se préoccupent pas de fournir des engrais sulfatés aux plantes et ils pensent même, en général, que cela est tout à fait inutile. L'un de nous a expliqué comment une telle manière de voir avait pu prendre naissance et montré le danger qu'elle ne manquerait pas de faire courir à la culture et, en particulier, à la culture intensive <sup>(1)</sup>.

Depuis, l'argumentation s'est précisée. Les recherches que nous avons poursuivies, à l'aide d'une méthode d'analyse plus rigoureuse que celles utilisées jusqu'à-là <sup>(2)</sup>, nous ont permis d'établir que, non seulement les plantes exigent pour la construction de leurs tissus des quantités de soufre beaucoup plus grandes qu'on le supposait <sup>(3)</sup>, mais que les terres cultivées peuvent ne contenir que des proportions très petites de soufre assimilable, parfois même inférieures à quelques décigrammes par kilogramme <sup>(4)</sup>.

Il était logique d'admettre, une fois ces faits établis, que du soufre ajouté sous forme de sulfate soluble à une terre pauvre en métalloïde devait y jouer le rôle favorable d'un engrais. Nous avons cru nécessaire, à cause de l'opinion courante en agronomie rappelée plus haut, d'en acquérir la preuve par une expérimentation directe.

Nous nous sommes procuré, après de nombreuses analyses, un échantillon de terre arable pauvre en soufre. Cette terre, assez fortement argileuse, provenait de Perrigny, près d'Auxerre; elle nous avait été aimablement procurée par M. E. Rousseaux, directeur de la Station agronomique de

---

<sup>(1)</sup> GAB. BERTRAND, *C. R. Ac. Agr.*, 13, 1927, p. 117 et 146; *Bull. agricole*, 47, 1927, p. 19, et *C. R. 1X<sup>e</sup> Congr. de Chimie industrielle*, 13-19 oct. 1929.

<sup>(2)</sup> GAB. BERTRAND et L. SILBERSTEIN, *Bull. Soc. chim.*, 4<sup>e</sup> série, 41, 1927, p. 950.

<sup>(3)</sup> *Comptes rendus*, 189, 1929, p. 886 et 1045, et *Bull. Soc. chim.*, 4<sup>e</sup> série, 47, 1930, p. 95.

<sup>(4)</sup> *Comptes rendus*, 184, 1927, p. 1388, et *Bull. Soc. chim.*, 4<sup>e</sup> série, 41, 1927, p. 950 et 1380.

l'Yonne<sup>(1)</sup>. Passée au tamis de 1<sup>mm</sup>, bien mélangée et desséchée à l'air, elle renfermait seulement 0<sup>g</sup>,114 de soufre total par kilogramme ; à côté de cet élément, se trouvait 0<sup>g</sup>,056 de baryum. En supposant le métal alcalino-terreux à l'état de sulfate, on calcule qu'il pouvait y avoir par kilogramme de terre 0<sup>g</sup>,013 de soufre paralysé sous une forme très peu soluble et difficilement assimilable<sup>(2)</sup>.

Cette terre a été mise en culture après avoir été partagée en trois séries de pots. La première série servant de témoin, la deuxième a été additionnée d'une quantité de nitrate de baryum correspondant à la transformation totale du soufre présent en sulfate barytique, la troisième, au contraire, a été additionnée d'un peu de sulfate sodique. Ceci étant fait, on a ajouté aux pots des trois séries du phosphate de potassium et du nitrate de sodium en proportions telles qu'il y ait partout autant d'azote et de potassium ; enfin, on a semé avec du colza et comparé les résultats obtenus.

Les sels, quels qu'ils soient, ont été ajoutés peu à peu à la terre, en solutions étendues, et en mélangeant avec soin. On a introduit ainsi, dans chaque kilogramme de terre :

	Série n° 1.	Série n° 2.	Série n° 3.
PO <sup>4</sup> HK <sup>2</sup> .....	0 <sup>g</sup> ,700	0 <sup>g</sup> ,700	0 <sup>g</sup> ,700
NO <sup>3</sup> Na .....	3,035	2,499	3,035
(NO <sup>3</sup> ) <sup>2</sup> Ba .....	—	0,824	—
SO <sup>4</sup> Na <sup>2</sup> + 10 H <sup>2</sup> O .....	—	—	2,500

Correspondant à :

Phosphore .....	0,125	0,125	0,125
Potassium .....	0,314	0,314	0,314
Azote nitrique .....	0,500	0,500	0,500
Soufre .....	—	—	0,250

L'eau dont nous nous sommes servis avait été redistillée sous pression réduite dans un appareil tout en verre, les bouchons et joints en caoutchouc suffisant à introduire de petites quantités de soufre qui peuvent atteindre et même dépasser le milligramme par litre.

Les pots, en terre cuite, avaient été lavés, séchés, puis imprégnés à fond de paraffine, par immersion dans un bain de cette substance fondue. Il en

(<sup>1</sup>) Nous avons tenté l'expérience l'année précédente, mais nous l'avions complètement manquée parce que nous nous étions servis d'une terre de garrigues renfermant des sulfures métalliques (voir *Comptes rendus*, 194, 1932, p. 2097).

(<sup>2</sup>) *Comptes rendus*, 186, 1928, p. 335 et 477.



était de même des soucoupes dans lesquelles reposaient les pots, et des fragments de terre cuite placés au fond de ceux-ci pour faciliter l'aération de la terre. Les pots ne reposaient pas directement sur les soucoupes; ils en étaient séparés par trois petits carrés de verre à vitre paraffinés.

Il y avait dans chaque pot 1400<sup>g</sup> de terre séchée à l'air et une quantité d'eau correspondant à 14 pour 100 de ce poids.

Les pots étaient au nombre de trois par série; ils étaient placés sur une table basse, sous un abri vitré qui les garantissait complètement de la pluie, celle-ci apportant toujours des composés solubles du soufre.

Le semis a eu lieu le 23 avril, la germination a commencé dès le début de mai, la floraison au milieu de juin, et la récolte des fruits mûrs à la fin d'août. Le 11 juin, on a introduit chacun dans des pots une même quantité de phosphate de potassium et de nitrate de sodium égale à la moitié de celle du début.

Les résultats ont été des plus nets. Le 6 juillet, par exemple, au moment où l'on a pris une photographie<sup>(1)</sup>, l'aspect et les dimensions des plantes étaient remarquablement différents. Les pieds de colza développés dans la terre sulfatée présentaient déjà de nombreuses siliques et atteignaient une hauteur moyenne de 0<sup>m</sup>,42, tandis que ceux de la terre témoin commençaient seulement à fructifier et n'avaient qu'une hauteur moyenne de 0<sup>m</sup>,18, inférieure à la moitié des précédents. Quant aux pieds de colza de la terre où l'on avait plus ou moins paralysé le soufre par le baryum, ils ne portaient encore aucune fleur et leur taille moyenne atteignait seulement le cinquième de celle des plantes sulfatées.

Le colza est cultivé pour ses graines. Aussi avons-nous attendu la maturité complète de celles-ci pour procéder aux récoltes (du 20 août au 1<sup>er</sup> septembre). Les graines, les siliques vidées et les tiges avec les feuilles qu'elles portaient encore ont été séparées, séchées à l'étuve à + 100° et pesées séparément. Dans les tableaux de résultats ne figureront que les poids de substances sèches; les comparaisons seront ainsi plus précises. Faisons remarquer, enfin, qu'au moment des récoltes, quelques pieds ayant défailli au cours de l'expérience, il n'y en avait pas tout à fait le même nombre dans chaque série. Nous donnerons, à cause de cela, à la fois les chiffres bruts des récoltes et ceux rapportés à 100 pieds de colza.

Voici maintenant les résultats numériques obtenus :

---

(1) On en trouvera la reproduction, avec les détails qui n'ont pu trouver place ici, dans une autre publication.

Séries.	Nombre de pieds.	Siliques.				Tiges et feuilles.		Substances sèches totales.	
		Nombre.		Poids.		Poids.		Poids.	
		récolté.	p. 100 pieds.	récolté.	p. 100 pieds.	récolté.	p. 100 pieds.	récolté.	p. 100 pieds.
Témoin . . .	16	207	1294	15 <sup>s</sup> ,32	95 <sup>s</sup> ,8	10 <sup>s</sup> ,74	67 <sup>s</sup> ,1	26 <sup>s</sup> ,06	162 <sup>s</sup> ,9
+ Baryum.	18	175	972	11,65	64,7	13,17	73,2	24,82	137,8
+ Sulfate.	15	340	2267	26,43	176,2	20,72	138,1	47,15	314,3

Les siliques ont fourni, après la séparation des graines :

Séries.	Graines		Siliques vides		Rendement en graines	
	récoltées.	p. 100 pieds.	récoltées.	p. 100 pieds.	récoltées.	p. 100 pieds.
Témoin . . . . .	7 <sup>s</sup> ,82	48 <sup>s</sup> ,9	7 <sup>s</sup> ,50	46 <sup>s</sup> ,9	100 <sup>s</sup> ,0	167 <sup>s</sup> ,5
+ Baryum . . . . .	5,25	29,2	6,40	35,6	59,7	100,0
+ Sulfate . . . . .	13,44	89,6	12,99	86,6	183,3	306,9

C'est-à-dire que la récolte de graines a fourni avec le colza cultivé dans la terre additionnée de sulfate de sodium un excédent de 83,3 pour 100 par rapport à la récolte obtenue sans cette addition. L'augmentation du rendement atteint même 207 pour 100 quand on la compare au cas où les sulfates du sol ont été plus ou moins paralysés à l'état de sel de baryum.

L'insuffisance de la proportion de soufre assimilable contenue dans la terre qui a servi à notre expérience a limité d'une manière très importante l'action des autres facteurs de croissance et, notamment, de l'azote, du phosphore et du potassium ajoutés ici comme engrais de fond.

L'industrie des engrais tend de plus en plus à ne fabriquer que des produits chimiques concentrés, comme l'urée ou les mélanges salins dans lesquels l'acide nitrique et l'acide phosphorique sont combinés à l'ammoniac et au potassium. L'agronome qui pratique la culture intensive devra donc, comme l'un de nous l'a déjà recommandé<sup>(1)</sup>, ajouter au moins une certaine proportion de  $\text{SO}^4(\text{NH}^4)^2$  ou de  $\text{SO}^4\text{K}^2$ , voire de sulfate de Ca, aux engrais chimiques concentrés, mais incomplets, que lui offre l'industrie nouvelle.

(<sup>1</sup>) *Loc. cit.*



EFFET RAMAN. — *Le spectre Raman de l'ion  $\text{SO}^4$  dans le gypse.*Note <sup>(1)</sup> de M. JEAN CABANNES.

J'ai proposé récemment ici même <sup>(2)</sup> une théorie très simple qui permet de prévoir l'état de polarisation d'une raie Raman diffusée par un cristal, suivant le caractère symétrique ou antisymétrique de l'oscillation correspondante. Pour contrôler cette théorie, j'ai analysé avec un prisme biréfringent et un spectrographe la lumière diffusée par un cristal de gypse.

Je me limiterai dans cette Note aux six raies Raman qui proviennent des oscillations *internes* de l'ion  $\text{SO}^4$ . Leurs fréquences sont : 414, 495, 620, 671, 1009 et 1136  $\text{cm}^{-1}$ . Si les noyaux atomiques formaient un tétraèdre régulier, le nombre des raies se réduirait à quatre, comme dans les solutions aqueuses des sulfates alcalins <sup>(3)</sup> (457, 617, 981 et 1102  $\text{cm}^{-1}$ ), ou des perchlorates alcalins (Z. OLLANO, *Nuovo Cimento*, 9, 1932, fasc. 9) (462, 626, 935 et 1119  $\text{cm}^{-1}$ ). La structure cristalline a donc déformé l'ion  $\text{SO}^4$ , mais on peut admettre qu'il conserve au moins un axe binaire parallèle à l'axe L du cristal. Il n'a certainement pas la symétrie  $S_4$ , car dans cette hypothèse les raies 414, 495 et 1009 seraient seules permises; mais peut-être s'en écarte-t-il assez peu. En tout cas il nous reste le choix <sup>(4)</sup> entre les symétries  $D_2$ ,  $C_2$  et  $C_2$ . On devrait alors observer neuf raies Raman; si nous n'en trouvons que six, c'est probablement parce que nous n'arrivons pas à dédoubler certaines d'entre elles, la déformation de l'ion  $\text{SO}^4$  étant faible et la dispersion de notre spectrographe, insuffisante.

Nous nous sommes alors posé le problème suivant : quelles sont les fréquences symétriques et antisymétriques par rapport à l'axe L du cristal? Pour répondre à la question, on peut chercher le facteur de dépolarisation  $\rho$  des raies Raman après avoir orienté l'axe L normalement aux deux rayons

<sup>(1)</sup> Séance du 19 décembre 1932.

<sup>(2)</sup> J. CABANNES, *Comptes rendus*, 194, 1932, p. 2134.

<sup>(3)</sup> F. KOHLRAUSCH, *Der Smekal-Raman Effekt*, 1932, J. Springer, Berlin.

<sup>(4)</sup> F. RASETTI (*Nuovo Cimento*, 9, 1932, fasc. 3) a cherché les raies Raman de l'anhydrite (sulfate de calcium sans eau de cristallisation); il a trouvé dans ce cristal, pour l'ion  $\text{SO}^4$ , les fréquences 499, 676, 1019 et 1113-1129-1160  $\text{cm}^{-1}$ . Si nous admettons que les raies 414 et 620 ont échappé à Rasetti (comme lui a échappé la raie 620 du gypse), le spectre de l'ion  $\text{SO}^4$  est le même dans le gypse que dans l'anhydrite, qui est un cristal terbinaire. Il est donc probable que l'ion  $\text{SO}^4$  a, dans le gypse comme dans l'anhydrite, la symétrie  $D_2$ .

incident et diffusé <sup>(1)</sup>. On éclaire d'abord le cristal avec une vibration rectiligne parallèle à L (cliché 1), puis avec une vibration perpendiculaire à L (cliché 2). Les oscillations symétriques doivent donner  $\varphi = 0$  sur le premier cliché et  $\varphi = \pi$  sur le second; pour les oscillations antisymétriques, c'est le contraire.

On peut aussi coucher l'axe L sur le rayon incident et éclairer le cristal en lumière naturelle. Les oscillations symétriques doivent alors donner  $\varphi = 0$ ; et les antisymétriques,  $\varphi = \pi$ . Il est bon de prendre deux photographies en faisant tourner le cristal de  $90^\circ$  autour de l'axe L maintenu parallèle au rayon incident (clichés 3 et 4). Les résultats obtenus sont les suivants :

1° La raie 1009, de beaucoup la plus intense, est symétrique. Elle garde sensiblement la même intensité sur les clichés 1, 3, 4; elle n'apparaît pas sur le cliché 2. Les deux ellipsoïdes E et H diffèrent donc assez peu de deux ellipsoïdes de révolution. *Qualitativement* on retrouve pour cette raie les caractères de celle que produirait l'oscillation symétrique d'un tétraèdre régulier.

2° Les raies 414 et 495 sont, elles aussi, symétriques. Mais leurs intensités ne restent pas constantes dans les clichés 3 et 4. Sur le cliché 3, la raie 495 est de beaucoup la plus intense; la raie 414 y apparaît à peine. Mais sur le cliché 4, après rotation de  $90^\circ$  autour de l'axe L, les intensités sont interverties. En outre l'intensité de la raie 495 est très faible sur le cliché 1. Admettons que l'ion  $\text{SO}_4^{2-}$  ne soit pas loin d'avoir la symétrie  $S_4^h$ , et que la raie 495 soit antisymétrique par rapport à L, *considéré comme un axe alternatif d'ordre 4*. Pendant l'oscillation correspondante la réfractivité suivant L doit rester constante. Dans ces conditions, la raie 495 ne doit pas apparaître sur le cliché 1, ce qui est conforme à l'expérience. Mais les variations d'intensité des raies 414 et 495 sur les clichés 3 et 4 montrent que l'axe L n'est pas rigoureusement un axe alternatif d'ordre 4. On peut cependant se représenter grossièrement les oscillations de fréquences 414 et 495 en revenant au cas limite du tétraèdre régulier; elles dérivent de l'oscillation doublement dégénérée des noyaux O sur la sphère de centre S. Après étirement du tétraèdre suivant l'axe binaire L, les déplacements des

(1) Dans la Note citée plus haut, où j'ai proposé cette méthode, il faut évidemment lire (lignes 32 et 33) : *Pendant l'oscillation l'ellipsoïde E conserve une de ses directions principales suivant L*; et non pas : *L'ellipsoïde E conserve ses directions principales, qui sont aussi celles de la quadrique H*. Cette rectification ne change rien aux conclusions de la Note.



noyaux O suivant des méridiens se font avec la fréquence 414; et suivant des parallèles, avec la fréquence 495. Ces oscillations sont toutes les deux symétriques par rapport à l'axe L *considéré comme un axe binaire*.

3° La raie 671 est antisymétrique.

4° Les raies 620 et 1136 apparaissent sur les clichés comme la superposition de raies symétriques et antisymétriques, ce qui est bien d'accord avec notre hypothèse d'une dispersion insuffisante. Théoriquement, en 620 doivent apparaître une raie symétrique et une antisymétrique; vers 1136, une raie symétrique et deux antisymétriques.

*Conclusion.* — J'ai pu rattacher le spectre de l'ion déformé à celui du tétraèdre régulier et retrouver par l'expérience les *cinq* fréquences symétriques par rapport à l'axe binaire L, que donnerait un dénombrement direct. Le cristal étudié était limité par trois faces planes à peu près normales: l'une suivant le clivage  $g_1$ ; une autre à 75° du clivage vitreux  $g_1h_1$  et à 141° du clivage fibreux  $g_1p$ .

GÉOLOGIE. — *Rôle de la solifluxion dans la morphogénie des collines de Normandie et du Maine.* Note (1) de M. A. BIGOT.

La morphologie du Massif ancien de la Basse-Normandie et du Maine a été renouvelée pendant la période quaternaire par les conditions climatiques, de caractère périglaciaire, auxquelles sont dues la formation d'amoncellements de blocs et la formation de coulées boueuses de solifluxion (*head*). En s'étalant sur les pentes ces formations ont modifié l'ancienne topographie (2) et fourni les matériaux des limons, des alluvions des cours d'eau et des cordons littoraux marins.

La région des collines de Normandie et du Maine est particulièrement instructive pour l'étude de ces formations et de leur rôle dans la topographie actuelle (3). Région de forts reliefs, dépassant ordinairement 300<sup>m</sup>, et atteignant deux fois 417<sup>m</sup>, elle est constituée par l'affleurement de

(1) Séance du 19 décembre 1932. \*

(2) Y. MILON et L. DANGEARD, *Comptes rendus*, 187, 1928, p. 136.

(3) La connaissance de l'existence de ce climat périglaciaire résulte aussi de l'étude de la flore résiduelle de la région de Multonne, qui comprend une proportion exceptionnelle de formes circumboréales [G. LEMÉE, *Les bruyères à Sphaignes du Massif de Multonne* (*Bull. Soc. Norm.*, 8<sup>e</sup> série, 4, 1932, p. 23)].

bandes de grès formant des crêtes et de bandes de schistes jalonnées par des dépressions. Cet ensemble domine des régions plus basses, à topographie plus adoucie, formées par des roches briovériennes ou des granites.

L'action du gel dans l'ameublissement des roches s'observe nettement sur les fronts de taille des carrières.

La carrière du Tertre de Crennes, au nord de Villaines-la-Juhel, montrait, en avril 1931, sur une épaisseur de 4<sup>m</sup>, une zone continue de blocs serrés, prismatiques, anguleux, surmontant une surface presque horizontale, sur les bancs verticaux du Grès de May. Cette zone de blocs n'est pas un *dépôt* recouvrant une ancienne surface des grès; c'est une formation résultant de l'altération par le gel de la tête des bancs de grès, très diaclasés en ce point.

Au nord de Pré-en-Pail, sur la route de Villaines-la-Juhel, vers le Buisson, une carrière entame le Grès armoricain sur une hauteur d'environ 8<sup>m</sup>. Les bancs de grès, très redressés, sont recouverts par des sables argileux avec blocs et veines roussâtres. Les sables sont descendus des parties de la pente situées au-dessus de la carrière; c'est une formation de *head* qui augmente d'épaisseur dans la partie nord de la carrière. Le grès que recouvre le *head* est morcelé par de très nombreuses fissures; il est devenu friable, souvent même ameubli en sable et exploité comme tel. L'action du gel s'est fait sentir au moins jusqu'à la profondeur de 8<sup>m</sup>.

La formation des coulées boueuses et des coulées pierreuses à blocs résulte de l'entraînement sur les versants pendant le dégel de ces formations ainsi ameublées. Au raccord avec l'origine de ces coulées, les bancs disloqués s'incurvent vers la pente suivant la disposition décrite sous le nom de *structure en crochet* (Carrière au sud de la précédente, près du carrefour de Saint-Cyr-en-Pail); puis les blocs glissent sur la pente en s'écartant.

Au pied des crêtes de grès, terminées du côté opposé au plongement par un abrupt, s'étalent ainsi des talus de blocs rocheux, dont quelques-uns, atteignant 2<sup>m</sup>, peuvent être entraînés très loin de leur lieu d'origine (à 300<sup>m</sup> au sud de la Roche d'Hardanges, où ces blocs ont été considérés comme des blocs d'affleurement sur place). Le revers sud de la Chaîne de grès de Mortain se termine au bord d'un talus qui, au pied de l'abrupt, montre de larges amoncellements de blocs de grès. A Bagnoles, sur la rive droite de la vallée de la Vée, en face de l'Établissement thermal, un amoncellement d'énormes blocs de grès s'appuie contre une haute paroi de grès armoricain. Cette disposition est générale, réalisée chaque fois qu'une paroi gréseuse était assez fissurée pour qu'elle put être disloquée par les



alternatives de gel et de dégel, et assez abrupte pour que les parties disloquées pussent tomber au pied de la paroi.

D'une façon générale, du pied des crêtes descend un talus de *head*, qui, s'il arrive jusqu'aux vallées, les remblaie en partie et prépare par son accumulation le nivellement, et en tout cas l'adoucissement de la surface topographique. L'ancienne surface vallonnée de la région du Mont du Saule, au nord d'Hardanges, a été remplacée par un plateau ondulé au bord duquel la limite du grès armoricain ne se traduit que par un très léger ressaut. Au flanc nord du Mont Castre de Lithaire, près de la Haye du Puits (Manche), un talus de solifluxion, large de près de 2<sup>km</sup>, et qui a été négligé par la Carte géologique, descend presque jusqu'au niveau de la vallée. De même, le flanc nord de la bande de grès du Roule, près de Cherbourg, domine un talus de même nature, distingué sur la Carte géologique, et dont on voit les blocs s'appuyer sur les grès dans une carrière au-dessous du Fort du Roule.

Ces formations de solifluxion, comme celles des formations de même origine dans les terrasses littorales (1), ne renferment que des éléments de provenance exclusivement locale et immédiate, non roulés, à moins qu'ils ne fussent déjà roulés dans la roche qui les a fournis. Leur épaisseur peut être très grande, bien que leur épaisseur absolue ne soit pas connue. Des travaux de recherches minières sur le flanc Est de la forêt d'Écouves, près de Vingthanaps, ont traversé ces dépôts sur une épaisseur de 8<sup>m</sup>.

Ces formations doivent donc retenir l'attention des géologues et des géographes à cause de leur origine, de leur mode de formation, de leur importance dans la formation des reliefs actuels du Massif armoricain, et il est indispensable de les distinguer des simples éboulis, dont l'importance se trouve très réduite. Elles doivent être figurées sur les cartes géologiques détaillées au même titre que les terrasses littorales dont elles sont contemporaines.

M. CH. FABRY fait hommage à l'Académie d'un Ouvrage de M. PIERRE BRICOUT : *Microénergétique*. Tome I. *Introduction*, dont il a écrit la *Préface*.

---

(1) Sur lesquelles j'ai appelé pour la première fois l'attention en 1897 (*Comptes rendus*, 125, 1897, p. 380). Voir aussi : *Comptes rendus*, 185, 1937, p. 719, et *Livre jubilaire de la Société géologique de France*, 1930, p. 133).

M. C. MATIGNON fait hommage à l'Académie d'une brochure intitulée *L'extinction des liquides inflammables en combustion.*

M. ERNEST ESCLANGON, faisant hommage à l'Académie, au nom de M. L. PICART, d'un volume publié sous la direction de celui-ci et intitulé : *Nouvelles observations des étoiles contenues dans le second Catalogue de l'Observatoire de Bordeaux. Étoiles de repère du Catalogue photographique. Zone  $+10^{\circ}$  à  $+18^{\circ}$ , s'exprime en ces termes :*

Les nouvelles observations du second Catalogue, contenues dans cet important Ouvrage, sont publiées sous la forme réduite d'une comparaison systématique avec le second Catalogue de l'Observatoire de Bordeaux.

La presque totalité des écarts importants constatés entre les positions anciennes et les nouvelles s'expliquent par des mouvements propres dont certains sont du reste déjà connus par d'autres observations, mais parfois assez discordants avec ceux déduits des *Nouvelles observations*.

Le travail d'observation a été exécuté dans la période de 1918 à 1926, et plus de la moitié est due à M. Troussel, qui a eu comme principal collaborateur M. Gramont.

Les mouvements propres ont actuellement une grande importance en Astronomie stellaire; leur nombre est devenu assez grand pour se prêter à des études fécondes de statistique.

Le travail de l'Observatoire de Bordeaux apporte dans ce genre de recherches une nouvelle et importante contribution dont il y a lieu de le féliciter vivement.

## CORRESPONDANCE.

M. le MINISTRE DE L'ÉDUCATION NATIONALE invite l'Académie à désigner un de ses membres qui occupera, dans la *Commission supérieure des Inventions*, la place vacante par le décès de M. le général Ferrié.

M. GASTON DELÉPINE adresse un Rapport relatif à l'emploi qu'il a fait de la subvention accordée sur la *Fondation Ldoutreuil* en 1931.

M. ABEL REY adresse des remerciements pour la distinction qui a été accordée à ses travaux.



Le COMITÉ D'ORGANISATION DE L'INTERNATIONAL GEOLOGICAL CONGRESS invite l'Académie à se faire représenter à la *seizième session*, qui se tiendra à Washington, D. C., du 22 au 29 juillet 1933.

GÉOMÉTRIE INFINITÉSIMALE. — *Points focaux des cercles d'une congruence.*

Note <sup>(1)</sup> de M. PAUL VINCENSINI.

1. Les points focaux de chaque cercle d'une congruence sont : d'abord les deux points communs à ce cercle et au cercle de l'infini, puis quatre nouveaux points en général à distance finie. M. Bertrand Gambier a récemment signalé (*Comptes rendus* 195, 1932, p. 928) que *la condition nécessaire et suffisante pour que deux nouveaux points focaux soient rejetés à l'infini est que les axes des cercles forment une congruence isotrope*. Une erreur d'interprétation lui avait fait croire impossible que les deux derniers points focaux à distance finie puissent être eux-mêmes absorbés par le cercle de l'infini; un échange de vues entre M. Gambier et moi-même m'a conduit à rectifier ce résultat et à *déterminer explicitement les congruences de cercles dont les points focaux sont tous les six à l'infini*.

2. Débarrassons-nous d'un cas évident que M. P. Delens nous signale : *soit une famille  $\infty^1$  de plans parallèles; dans chacun construisons  $\infty^1$  cercles concentriques*. Dans ce cas les points focaux coïncident avec deux points fixes du cercle de l'infini, l'axe du cercle est ou bien fixe, ou génératrice d'une surface cylindrique.

3. Je rappelle la définition que j'ai donnée (*Comptes rendus*, 193, p. 144) de la congruence isotrope générale. Une sphère S unité de centre O est rapportée à un système orthogonal isotherme, avec un  $ds^2$  égal à  $\lambda^2(du^2 + dv^2)$ , la fonction  $\lambda$  étant solution de  $\partial^2 \log \lambda / \partial u^2 + \partial^2 \log \lambda / \partial v^2 + \lambda^2 = 0$ . Sur la tangente au point P de la courbe de  $v$  de S, on porte  $\overline{PI} = \lambda$ ; la parallèle (D) issue de I à OP engendre la congruence isotrope ( $\bar{\Gamma}$ ) la plus générale; le cercle C d'axe D est défini par la distance  $k(u, v)$  de son plan au point O et son rayon  $r(u, v)$ .  $X_i, Y_i, Z_i$  ( $i = 1, 2, 3$ ) étant les cosinus directeurs des tangentes aux courbes  $v, u$  et de la normale en P à S,  $\theta$  étant l'angle que le rayon du point M de C fait avec la direction 1, les coordonnées de M sont

$$X = kX_3 + (\lambda + r \cos \theta)X_1 + r \sin \theta X_2, \quad Y = kY_3 \dots, \quad Z = \dots$$

(1) Séance du 19 décembre 1932.

En écrivant que le déplacement infinitésimal de  $M$  s'effectue suivant la tangente à  $C$ , on est conduit, après un calcul classique, utilisant les formules relatives au trièdre mobile attaché à  $S$ , à l'équation suivante définissant les angles  $\theta$  des deux points focaux restants à distance finie :

$$(1) \quad A \sin \theta + B \cos \theta + C = 0;$$

$$(2) \quad \begin{cases} A \equiv \lambda \frac{\partial}{\partial u} \left( \frac{r^2}{2} \right) - \frac{\partial k}{\partial v} \frac{\partial \lambda}{\partial v} - \frac{\partial k}{\partial u} \frac{\partial \lambda}{\partial u} - \lambda^2 \frac{\partial \lambda}{\partial u} + \lambda k \frac{\partial k}{\partial u} + \lambda^3 k, \\ B \equiv -\lambda \frac{\partial}{\partial v} \left( \frac{r^2}{2} \right) + \frac{\partial k}{\partial v} \frac{\partial \lambda}{\partial u} - \frac{\partial k}{\partial u} \frac{\partial \lambda}{\partial v} - \lambda k \frac{\partial k}{\partial v} - \lambda^2 \frac{\partial \lambda}{\partial v}, \\ C \equiv \frac{\partial r}{\partial u} \frac{\partial k}{\partial v} - \frac{\partial k}{\partial u} \frac{\partial r}{\partial v} - \lambda^2 \frac{\partial r}{\partial v} - r \lambda \frac{\partial \lambda}{\partial v}. \end{cases}$$

La forme de l'équation (1) confirme le premier résultat de M. Gambier et permet ensuite d'énoncer le résultat : *Les congruences de cercles telles que  $A \equiv B \equiv 0$  ont tous leurs points focaux rejetés à l'infini. A chaque congruence rectiligne isotrope due au choix de  $\lambda$  correspond une famille de congruences de tels cercles obtenue en égalant les valeurs de  $\partial^2(r^2)/\partial u \partial v$  déduites des relations  $A = 0$ ,  $B = 0$ . On obtient ainsi l'équation linéaire en  $k$  :*

$$(E) \equiv M \left( \frac{\partial^2 k}{\partial u^2} + \frac{\partial^2 k}{\partial v^2} \right) + N \frac{\partial k}{\partial u} + P \frac{\partial k}{\partial v} + Qk + R = 0;$$

$$(3) \quad \begin{cases} M = \frac{\partial \log(\lambda^2)}{\partial v}, & N = 2 \frac{\partial^2 \log(\lambda^2)}{\partial u \partial v}, & P = \frac{\partial^2 \log(\lambda^2)}{\partial v^2} - \frac{\partial^2 \log(\lambda^2)}{\partial u^2} - 2\lambda^2, \\ Q = -2 \frac{\partial(\lambda^2)}{\partial v}, & R = 2 \frac{\partial^2 \lambda}{\partial u \partial v} - \frac{\partial(\lambda^2)}{\partial v}. \end{cases}$$

L'équation (1) se prête aussi à la résolution de nombreux cas particuliers différents : recherche des congruences telles que les points focaux soient confondus, ou encore telles que les rayons de ces points fassent un angle constant (en particulier points focaux diamétralement opposés).

4. M. Gambier m'a signalé que l'équation (E) peut être intégrée explicitement en utilisant les paramètres des génératrices de  $S$ . Supposons  $C$  défini par

$$\begin{aligned} (\Sigma) &\equiv x^2 + y^2 - z^2 - 2x_1 x t - 2y_1 y t - 2z_1 z t - 2\sigma_1 t^2 = 0, \\ (\pi) &\equiv u x + v y + w z + h t = 0 \quad (u^2 + v^2 + w^2 \equiv 1), \end{aligned}$$

$(x_1, y_1, z_1)$  est le point central sur chaque rayon de la congruence isotrope des axes des cercles  $C$ ; les fonctions  $x_1, y_1, z_1, u, v, w$  sont exprimées en fonction des paramètres  $\alpha, \beta$  des génératrices de la sphère de sorte que



$du^2 + dv^2 + dw^2 = 2\lambda d\alpha d\beta$ . En posant

$$P \equiv \frac{\partial \pi}{\partial \alpha}, \quad Q \equiv \frac{\partial \pi}{\partial \beta}, \quad \varphi \equiv \frac{\partial \varphi_1}{\partial \alpha} - \lambda \frac{\partial \alpha}{\partial h} + h \frac{\partial \lambda}{\partial \alpha}, \quad \psi \equiv \frac{\partial \sigma_1}{\partial \beta} + \lambda \frac{\partial h}{\partial \beta} - h \frac{\partial \lambda}{\partial \beta},$$

l'ensemble des points focaux est défini par l'intersection du cercle et du cylindre de révolution  $2\lambda PQ + Q\varphi - P\psi = 0$ , dont l'axe est parallèle à l'axe de C; tous les points focaux sont rejetés à l'infini si l'axe du cylindre coïncide avec l'axe de C, ce qui donne sans peine

$$(4) \quad \begin{cases} \sigma_1 + h\lambda = -2 \int_{\alpha_0}^{\alpha} \lambda \left( x_1 \frac{\partial u}{\partial \alpha} + y_1 \frac{\partial v}{\partial \alpha} + z_1 \frac{\partial w}{\partial \alpha} \right) d\alpha + 2B(\beta), \\ \sigma_1 + h\lambda = 2 \int_{\beta_0}^{\beta} \lambda \left( x_1 \frac{\partial u}{\partial \beta} + y_1 \frac{\partial v}{\partial \beta} + z_1 \frac{\partial w}{\partial \beta} \right) d\beta + 2A(\alpha). \end{cases}$$

Pour les cercles réels  $\alpha$  et  $\beta$  prennent des valeurs conjuguées et  $\lambda$  est imaginaire pure;  $\alpha_0$  et  $\beta_0$  sont des constantes conjuguées, A et B des fonctions complexes de  $\alpha$  et  $\beta$  respectivement, prenant des valeurs conjuguées en même temps que  $\alpha$  et  $\beta$ .

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les équations non linéaires du type elliptique, théorème général et application.* Note de M. **GEORGES GIRAUD**.

1. Soit  $\mathcal{O}$  un domaine borné de l'espace à  $m$  dimensions ( $m \geq 2$ ); on suppose que les dérivées des coordonnées des points de la frontière  $\mathcal{S}$  par rapport aux paramètres existent et remplissent des conditions de Hölder d'exposant  $k < 1$ , et qu'il n'y a pas de points singuliers. On considère l'équation linéaire du type elliptique

$$\sum_{\alpha, \beta} a_{\alpha, \beta} \frac{\partial^2 u}{\partial x_\alpha \partial x_\beta} + \sum_{\alpha} b_{\alpha} \frac{\partial u}{\partial x_\alpha} + cu = f;$$

on suppose que les fonctions  $b_\alpha$  ( $\alpha = 1, 2, \dots, m$ ),  $c$  et  $f$  sont continues en tout point de  $\mathcal{O}$  et valent  $O(r^{k-1})$ , où  $r$  est la distance à  $\mathcal{S}$ ; quant aux  $a_{\alpha, \beta}$ , on les suppose hölderiens dans  $\mathcal{O} + \mathcal{S}$  avec un exposant quelconque  $h$ . Si les dérivées des valeurs prises sur  $\mathcal{S}$  par  $u$  existent et sont hölderiennes d'exposant  $k$ , les dérivées de  $u$  sont hölderiennes d'exposant  $k$  dans  $\mathcal{O} + \mathcal{S}$ .

Cette proposition se démontre en utilisant un changement de variables

indiqué antérieurement (1), et en appliquant des résultats plus récents (2).

2. Supposons maintenant que les dérivées secondes des coordonnées des points de  $\mathcal{S}$  existent et sont hœlderiennes d'exposant  $k < 1$ . Soit

$$F(p_{1,1}, p_{1,2}, \dots, p_{n,m}; p_1, p_2, \dots, p_m; u; x_1, x_2, \dots, x_m) = 0$$

une équation non linéaire du type elliptique; on suppose que les dérivées secondes de  $F$  par rapport à toutes les variables existent et sont continues. On considère une solution  $u$  qui prend sur  $\mathcal{S}$  des valeurs dont les dérivées secondes existent et sont hœlderiennes avec l'exposant  $k$ . Si l'on connaît un champ borné et fermé auquel ne cesse pas d'appartenir le système des  $(m^2 + 5m + 2)/2$  variables de  $F$ , ce champ étant intérieur au domaine où l'équation est du type elliptique, et si l'on sait que les dérivées secondes sont hœlderiennes dans  $\mathcal{Q} + \mathcal{S}$ , on peut trouver une condition de Hölder d'exposant  $k$  à laquelle elles satisfont dans  $\mathcal{Q} + \mathcal{S}$ .

Soit  $h < k$  l'exposant des conditions de Hölder remplies par les dérivées secondes; soit  $M$  la borne supérieure inconnue des

$$|\varphi(X) - \varphi(Y)| \leq L^h(X, Y) \quad [L = \text{distance des deux points}],$$

où  $\varphi$  est remplacé successivement par toutes les dérivées secondes. En considérant les  $p_x$  ( $x = 1, 2, \dots, m$ ) comme les inconnues de certains problèmes de valeurs à la frontière dans des régions fermées, intérieures à  $\mathcal{Q}$  ou touchant  $\mathcal{S}$ , on trouve des constantes positives  $A$  et  $\mu$  ( $\mu < 1$ ) telles que les  $p_x$  soient hœlderiens d'exposant  $k$  et de coefficient  $AM$  (au moins si  $M$  est supposé assez grand); on a donc  $M \leq AM$ , d'où une limite supérieure de  $M$ . Notre énoncé précédent permet d'en déduire des conditions de Hölder pour l'exposant  $k$ .

3. Rapprochée des résultats antérieurs (1), cette proposition permet d'affirmer la solubilité des problèmes non linéaires de Dirichlet, dans certaines hypothèses de régularité, dès qu'on sait limiter l'inconnue et ses dérivées jusqu'au second ordre. Ces conditions se simplifient parfois: si les dérivées secondes figurent linéairement, il suffit de savoir borner les

(1) *Comptes rendus*, 190, 1930, p. 613-614.

(2) *Problèmes de valeurs à la frontière relatifs à certaines formes d'équations*; 1<sup>er</sup> Mémoire, qui paraîtra prochainement, contient la démonstration d'un théorème plus général que celui du présent énoncé.

Premier travail cité et *Ann. Ec. Norm.*, 47, 1931, p. 105-166, spécialement p. 142: les résultats obtenus depuis permettent d'élargir les hypothèses de régularité.

dérivées premières. Pour deux variables, ces résultats ont été découverts par M. Serge Bernstein, dont la méthode était différente <sup>(1)</sup>.

4. Par exemple, dans l'espace à quatre dimensions, si l'on propose de trouver une fonction  $u$ , qui prenne sur la frontière d'une hypersphère des valeurs continues données, et qui remplisse à l'intérieur les conditions <sup>(2)</sup>

$$\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right)\left(\frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}\right) - \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial z} + \frac{\partial^2 u}{\partial y \partial t}\right)^2 - \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial t} - \frac{\partial^2 u}{\partial y \partial z}\right)^2 = e'';$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} > 0,$$

il y a une et une seule solution pourvu que les dérivées quatrièmes des valeurs données existent et soient continues <sup>(3)</sup>.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les équations intégrales de première espèce à limites fixes*. Note de M. SOULA, présentée par M. Hadamard.

1. A toute fonction intégrable définie pour  $0 \leq x \leq a$ , on peut faire correspondre une suite de nombres  $c_1, c_2, \dots, c_n, \dots$ , définis par les égalités  $c_n = f_n(a)$  avec

$$f_1(x) = \int_0^x f(x) dx, \quad f_2(x) = \int_0^x f_1(x) dx, \quad \dots, \quad f_n(x) = \int_0^x f_{n-1}(x) dx.$$

Si les  $c_n$  sont donnés, la fonction  $f(x)$  est unique <sup>(4)</sup>.

Ces suites de nombres peuvent conduire à une solution assez simple de l'équation

$$(1) \quad f(x) = \int_0^b k(x, s) h(s) ds.$$

Posons

$$k_1(x, s) = \int_0^x k(x, s) dx, \quad \dots, \quad k_n(x, s) = \int_0^x k_{n-1}(x, s) dx, \quad \dots$$

$$D_1(s) = k_1(a, s), \quad \dots, \quad D_n(s) = k_n(a, s), \quad \dots$$

<sup>(1)</sup> *Math. Annalen*, 69, 1910, p. 82-136; *Ann. Éc. Norm.*, 27, 1910, p. 233-256.

<sup>(2)</sup> *Comptes rendus*, 166, 1918, p. 893; 167, 1918, p. 627.

<sup>(3)</sup> Dans la Note des *Comptes rendus*, 193, 1932, p. 454, prière de multiplier par  $\Lambda(X)$  l'expression indiquée pour la fonction  $u$ .

<sup>(4)</sup> Voir PICARD, *Leçons sur certains types simples d'équations aux dérivées partielles*, 6<sup>e</sup> Leçon, p. 45 et suiv. Gauthier-Villars, 1927.



l'équation (1) est vérifiée par la fonction  $h(s)$  en même temps que le système d'équations

$$(2) \quad \begin{cases} c_1 = \int_0^b D_1(s) h(s) ds, & c_2 = \int_0^b D_2(s) h(s) ds, & \dots \\ c_n = \int_0^b D_n(s) h(s) ds, & \dots \end{cases}$$

et l'on peut obtenir  $h(s)$  supposé de carré sommable en orthogonalisant la suite  $D_1(s), D_2(s), \dots, D_n(s), \dots$

Remarquons d'abord que si les  $D_n$  ne sont pas linéairement indépendantes, il en résulte des conditions nécessaires pour les  $c_n$ ; si

$$a_p D_p + a_q D_q + \dots + a_r D_r = 0,$$

on doit avoir

$$(\gamma) \quad a_p c_p + a_q c_q + \dots + a_r c_r = 0.$$

On laissera de côté la  $p^{\text{ième}}$  équation du système (2) si  $D_n$  est une combinaison linéaire des  $D_n$  précédentes; on remplacera les  $D_n$  par un système normal et orthogonal  $E_1(s), E_2(s), \dots, E_n(s), \dots$  de ces fonctions et l'on obtiendra finalement le résultat suivant: pour que l'équation (1) ait des solutions il faut et suffit que les conditions ( $\gamma$ ) soient vérifiées et que la série

$$\sum_{n=1}^{\infty} (a_1^{(1)} c_1 + a_1^{(2)} c_2 + \dots + a_1^{(n)} c_n)^2$$

soit convergente; les  $a_i^{(j)}$  dépendant de  $k(x, s)$  et non de  $f(x)$ .

2. J'ai été ainsi conduit à étudier les suites de nombres  $c_1, c_2, \dots, c_n, \dots$  attachés à une fonction  $f(x)$ . Voici quelques propriétés:

Pour que  $c_1, c_2, \dots, c_n, \dots$  correspondent à une fonction bornée, il faut et suffit que la fonction analytique

$$\Phi(z) = \sum \frac{(n-1)! c_n}{z^n}$$

soit holomorphe dans tout le plan pourvu de la coupure formée par le segment  $0 \leq x \leq a$  de l'axe des variables réelles (infini compris) et que sa partie imaginaire soit de module bornée. Cette fonction est d'ailleurs

$$\Phi(z) = - \int_0^z \frac{\varphi(t) dt}{z-t} + \text{const.}$$

Les théorèmes de prolongement analytique appliqués à  $\Phi(z)$  donnent des conditions nécessaires pour les  $c_n$ .

Si  $c_1, c_2, c_3, \dots$  et  $c'_1, c'_2, c'_3, \dots$  correspondent respectivement à deux fonctions continues  $f(x)$  et  $f_1(x)$ , les nombres  $(n-1)! c_n c'_n$  correspondent à une troisième fonction intégrable.

3. Une condition nécessaire et suffisante que doivent vérifier les  $c_n$  pour correspondre à une fonction de carré sommable s'obtient en écrivant

$$B_n = -(n-1)! c_n = \int_0^1 t^{n-1} f(a-t) dt,$$

et en traitant ces équations comme le système plus général (2).

La condition est que la série

$$\sum_1^{\infty} (\alpha_1^{(1)} B_1 + \alpha_1^{(2)} B_2 + \dots + \alpha_n^{(n)} B_n)^2$$

soit convergente, les nombres  $\alpha_i^{(p)}$  étant les coefficients des polynômes normaux et orthogonaux  $\sqrt{2n-1/2} X_n(t)$ .

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les équations aux dérivées partielles du type elliptique.* Note (1) de M. JULJUSZ SCHAUDER, présentée par M. Elie Cartan.

Pour traiter les problèmes aux limites dans la théorie des équations différentielles linéaires du type elliptique à  $n$  variables indépendantes, on commence d'habitude par la construction d'une solution élémentaire (fondamentale) en développant souvent la théorie des potentiels généralisés (de volume, de simple et de double couche). J'ai développé une méthode nouvelle — au moins pour les valeurs au contour suffisamment régulières — qui conduit rapidement aux théorèmes d'existence et aux bornes précises des solutions *sans emploi* des solutions fondamentales et des potentiels généralisés. Il suffit de connaître les théorèmes en question sur le potentiel newtonien et la première partie du travail de M. E. Hopf (2).

*Définition.* — Étant donnée une fonction  $f$  satisfaisant à la condition de Hölder (avec l'exposant  $0 < \alpha < 1$ ) dans un domaine  $G$ , nous désignons par  $H\ddot{o}(f)$  la plus petite constante de Hölder et nous posons

$$\|f\|_{\alpha}^2 = \text{Max} |f| + H\ddot{o}(f); \quad (x_1, x_2, \dots, x_n) \text{ appartenant à } G.$$

(1) Séance du 19 décembre 1932.

(2) E. HOPF, *Math. Zeitschr.*, 33, 1931, p. 194-233.

D'une façon analogue

$$\|f\|_{\alpha, s}^G = \text{Max} |f| + \text{Max} |D_1 f| + \dots + \text{Max} |D_s f| + H_5(D_s f).$$

LEMME. — Soit

$$\sum_{k=1}^n a_{ik} \frac{\partial^2 u}{\partial x_i \partial x_k} = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

une équation du type elliptique, telle que  $\|a_{ik}\|_{\alpha} \leq M$ ; Discrimin.  $(a_{ik}) = 1$ . Alors pour chaque domaine  $R$  fermé contenu dans  $G$  on trouve, en désignant par  $\varphi$  la distance de  $R$  à la frontière du domaine  $G$ ,

$$(2) \quad \|u\|_{\alpha, 2}^G \leq K(M) \left[ \frac{\text{Max} |u|}{\varphi^2} + \frac{\int \int_G [D_1 u]^2 d\tau}{\varphi^n} + \|f\|_{\alpha} \right].$$

THÉORÈME I. — Si la frontière  $S$  de  $G$  est une surface de la classe  $C_h$  et si les valeurs-frontière  $\varphi$  et la solution  $u$  admettent des dérivées du deuxième ordre continues au sens de Hölder, on a

$$(3) \quad \left\{ \begin{array}{l} \|u\|_{\alpha, 2}^{G+S} \leq K_1(M) \left[ \text{Max} |u| + \int \int_{G+S} [D_1 u]^2 d\tau + \|f\|_{\alpha} + \|\varphi\|_{\alpha, 2} \right], \\ \text{pour } \|a_{ik}\|_{\alpha} + \varepsilon \leq M \quad (\varepsilon > 0). \end{array} \right.$$

Ce théorème résulte du lemme précédent, en appliquant quelques théorèmes de la théorie du potentiel newtonien <sup>(1)</sup>.

THÉORÈME II. — En admettant  $\|a_{ik}\|_1 \leq M$  ( $\alpha = 1$ , condition de Lipschitz), on a

$$(4) \quad \|u\|_{\beta, 2}^{G+S} \leq K_2(M) [\|f\|_{\beta} + \|u\|_{\beta, 2}^S], \quad \text{pour } 0 < \beta < 1$$

parce que, dans ce cas-là, comme il est bien connu,

$$\text{Max} |u| \quad \text{et} \quad \int \int_{G+S} [D_1 u]^2 d\tau$$

peuvent être limités a priori. La relation (4) permet d'établir en même temps l'EXISTENCE d'une solution de l'équation (1).

En partant de ce résultat on démontre immédiatement l'alternative bien connue <sup>(2)</sup> et la condition de Hölder pour l'équation générale

$$(5) \quad \sum_{ik} a_{ik} \frac{\partial^2 u}{\partial x_i \partial x_k} + \sum_j b_j \frac{\partial u}{\partial x_j} + cu = f.$$

<sup>(1)</sup> Cf. O. KELLOGG, *Trans. of the Math. Soc.*, 33, 1931; p. 486-510.

<sup>(2)</sup> Naturellement sans faire usage de l'équation adjointe ou d'une équation intégrale.



Il faut ajouter que, suivant une remarque que M. Giraud a bien voulu me faire parvenir (avril 1932), la formule (4) est encore valable pour des coefficients  $a_{ik}$  continus au sens de Hölder.

Une application répétée du théorème I donne le théorème III.

THÉORÈME III. — *Pour l'équation quasi linéaire*

$$(6) \quad \sum_{ik} a_{ik} \left( x_1, \dots, x_n; u, \dots, \frac{\partial u}{\partial x_j}, \dots \right) \frac{\partial^2 u}{\partial x_i \partial x_k} = f \left( x_1, \dots, x_n; u, \frac{\partial u}{\partial x_1}, \dots, \frac{\partial u}{\partial x_n} \right)$$

nous obtenons les bornes suivantes :

$$(7) \quad \|u\|_{\Sigma, 2}^{6+s} \leq K_2 \{ \text{Max } |u|, \text{Max } |D_1 u|, \text{Hö}[D_1 u] \} \cdot \|f\|_{\Sigma, 2}.$$

On trouve de la même façon des relations analogues pour les dérivées des ordres supérieurs, par exemple le

THÉORÈME IV. — *En supposant  $\|a_{ik}\|_{\Sigma, 1} \leq M$ , on a pour la solution de l'équation (5) l'inégalité suivante*

$$\|u\|_{\Sigma, 2}^{6+s} \leq K_3(M) \{ \|f\|_{\Sigma, 2} + \|f\|_{\Sigma, 1} \}$$

et des bornes analogues pour l'équation quasi linéaire.

Dans la théorie qui précède on suppose que les valeurs données au contour possèdent des dérivées des deux premiers ordres, les dérivées secondes étant continues au sens de Hölder. Je me propose de revenir dans une Note prochaine sur l'application de la méthode exposée au cas où les valeurs au contour ne sont que continues.

THÉORIE DES GROUPES. — *Sur les groupes bornés de substitutions linéaires.*

Note (1) de M. HERMAN AUERBACH, présentée par M. Élie Cartan.

THÉORÈME. — *Tout groupe G de substitutions linéaires*

$$(*) \quad x_i = \sum_{k=1}^n p_{ik} x'_k \quad (i=1, 2, \dots, n),$$

à coefficients bornés laisse invariante une forme d'Hermite définie positive. Lorsque le groupe est réel, il admet une forme quadratique définie positive invariante.

---

(1) Séance du 19 décembre 1932.

On connaît deux cas particuliers de ce théorème : celui des groupes finis <sup>(1)</sup> et celui des groupes de Lie clos <sup>(2)</sup>.

*Démonstration.* — On peut considérer les formes d'Hermite ou bien les formes quadratiques réelles comme points d'un espace affine réel  $R_N$  [ $N = n^2$  ou  $N = n(n+1)/2$ ]. Les formes non négatives forment alors un ensemble convexe. Toute substitution linéaire <sup>(3)</sup> non singulière engendre dans  $R_N$  une substitution linéaire réelle transformant cet espace en lui-même, donc non singulière. Au groupe  $G$  correspond ainsi un groupe réel isomorphe  $H$ , également borné. Désignons par  $E$  l'ensemble de points obtenu en effectuant toutes les substitutions du groupe  $G$  sur une forme positive arbitrairement choisie. Dans le cas où cet ensemble se réduit à un seul point, le théorème est évident. Nous supposons maintenant qu'il contient au moins deux points. Soit  $E$  le plus petit ensemble convexe contenant  $E$ . Cet ensemble est borné et tous ses points représentent des formes non négatives. Il se transforme en lui-même par toute substitution du groupe  $H$ . Il en est de même de son centre de gravité, lequel, étant un point intérieur de l'ensemble  $E$ , représente une forme positive invariante par le groupe  $G$ .

Le raisonnement précédent est très général. On y peut remplacer la forme d'Hermite par un tenseur quelconque  $T$ , le groupe  $G$  par le produit des différents groupes transformant les vecteurs dont dépend  $T$ , et l'ensemble des formes non négatives par un ensemble convexe de tenseurs  $C$  invariant par le groupe. Lorsque le groupe est borné, l'ensemble  $C$  contient un tenseur transformé en lui-même par toute substitution du groupe. Toutefois, il est nécessaire d'établir dans chaque cas particulier que ce tenseur n'est pas identiquement nul.

C'est ainsi que l'on peut démontrer, en généralisant une idée de Hurwitz <sup>(3)</sup>, que le système d'invariants d'un groupe linéaire borné est toujours fini.

<sup>(1)</sup> A. LOEWY, *Comptes rendus*, 123, 1896, p. 168; E. H. MOORE, *Math. Ann.*, 30, 1898, p. 213.

<sup>(2)</sup> H. WEYL, *Math. Zeitschr.*, 23, 1925, p. 289. Voir aussi E. CARTAN, *La théorie des groupes finis et continus et l'Analysis situs* (*Mémorial des Sciences mathématiques*, 42, 1930, p. 32-34).

<sup>(3)</sup> H. WEBER, *Lehrbuch der Algebra*, 2, 2<sup>e</sup> éd., 1899, p. 226-27. Pour le cas des groupes linéaires clos ou semi-simples, voir H. WEYL, *Math. Zeitschr.*, 24, 1926, p. 392.

Notre théorème permet de démontrer le théorème suivant, proposé par MM. S. Mazur et S. Ulam :

*Soit S une surface convexe dans l'espace à n dimensions jouissant de la propriété suivante : Étant donnés deux points quelconques G et Q de S, il existe une substitution linéaire transformant la surface S en elle-même et le point G en Q. Alors S est un ellipsoïde.*

Prenons pour l'origine le centre de gravité du corps convexe limité par S. Les substitutions linéaires transformant la surface S en elle-même sont alors homogènes et forment un groupe G évidemment borné. Le groupe G admet donc une forme quadratique positive invariante. Cette forme est par hypothèse constante sur S.

**ÉLASTICITÉ.** — *Plaque rectangulaire épaisse chargée uniformément dont les deux bords opposés ou moins sont appuyés* <sup>(1)</sup>. Note <sup>(2)</sup> de M. **CARL A. GARABEDIAN**, présentée par M. Mesnager.

A l'aide d'une méthode que j'ai déjà exposée <sup>(3)</sup>, on arrive, dans le problème de la flexion d'une plaque rectangulaire épaisse chargée uniformément, aux formules suivantes pour les déplacements :

$$u = -\frac{\partial}{\partial x} \omega z + \bar{u} - \frac{z}{6(1-\sigma)} [6h^2 - (2-\sigma)z^2] \frac{\partial}{\partial x} \nabla \omega, \quad //$$

$v$  se déduit de  $u$  par permutation des axes,

$$w = \omega + \bar{w}z + \frac{\sigma z^2}{2(1-\sigma)} \nabla \omega - \frac{ph^2 z^2}{4(1-\sigma)^2 D} + \frac{(1+\sigma)pz^4}{24(1-\sigma)D},$$

où  $\omega = \Sigma \omega_{2n}$ ,  $n = 0, 1, 2, \dots$  est une série qui monte dans les puissances paires de  $h$ .

Les faces de la plaque sont  $z = \pm h$ , dont l'une ( $z = h$ ) est soumise à la charge uniforme  $p$  par unité de surface. Les côtés sont  $x = 0, a$ ,  $y = 0, b$ , dont ceux-là sont toujours posés. Les lettres P, E, L signifient les mots *posé, encastré, libre*. Écrivons PP, EE, LL, PE, PL, LE comme notation pour les conditions aux bords  $y = 0, b$ . Il s'agit donc des six cas dont M. Estanave <sup>(4)</sup> a trouvé les solutions pour la plaque mince.

<sup>(1)</sup> Touchant ce problème, voir GALERKIN, *Comptes rendus*, 193, 1931, p. 568.

<sup>(2)</sup> Séance du 19 décembre 1932.

<sup>(3)</sup> *Trans. Amer. Math. Soc.*, 25, 1923, p. 343, et *Comptes rendus*, 177, 1923, p. 942; 178, 1924, p. 619; 180, 1925, p. 257; 181, 1925, p. 319; 186, 1928, p. 1518.

<sup>(4)</sup> *Thèse*, 1900 (Gauthier-Villars).



Précisons tout d'abord les fonctions  $\bar{u}$ ,  $\bar{v}$  (supposées linéaires en  $x$  et  $y$ ) qui donnent (avec  $\bar{w}$ ) l'allongement du feuillet moyen. Dans tous les six cas, nous avons (suivant que la plaque est libre ou encastrée dans son plan) ou

$$\bar{u} = -\frac{\sigma ph^2(a^2 + b^2)}{6(1-\sigma^2)D}, \quad \bar{v} = -\frac{\sigma ph^2(b^2 - a^2)}{6(1-\sigma^2)D}, \quad \bar{w} = -\frac{ph^3}{3(1-\sigma^2)D},$$

ou

$$\bar{u} = \bar{v} \equiv 0, \quad \bar{w} = -\frac{(1-2\sigma)ph^3}{3(1-\sigma)^2D}.$$

Passons donc aux trois premiers cas, qui se signalent par la symétrie des conditions aux bords. Se rapportant à la Thèse de M. Estanave pour le  $w_0$ , solution toujours de la plaque mince correspondante, on n'a qu'à constater les fonctions suivantes :

$$(PP) \quad w_2 = -\frac{(8-3\sigma)h^2}{10(1-\sigma)} \nabla w_0, \quad w_{2n} \equiv 0 \quad (n=2, 3, \dots),$$

$$(EE) \quad w_2 = -\frac{(8-3\sigma)h^2}{10(1-\sigma)} \frac{\partial^2}{\partial x^2} w_0, \quad w_{2n} \equiv 0 \quad (n=2, 3, \dots),$$

$$(LL) \quad w_2 = \frac{3(4-\sigma)h^2}{10(1-\sigma)} \frac{\partial^2}{\partial x^2} w_0 - \frac{(8+\sigma)h^2}{10(1-\sigma)} \frac{\partial^2}{\partial y^2} w_0 \\ + \frac{8ph^2}{5(1-\sigma)aD} \sum \frac{\sin \alpha x}{\alpha^3} \left( \alpha = \frac{\pi i}{a}, i \text{ impair} \right), \\ w_4 = -\frac{(8+\sigma)h^4}{25(1-\sigma)} \frac{\partial^2}{\partial y^2} \nabla w_0, \quad w_{2n} \equiv 0 \quad (n=3, 4, \dots).$$

Dans les trois derniers cas, manque la symétrie qui nous a permis jusqu'ici d'exprimer les  $w_{2n}$  au moyen de  $w_0$ , solution empruntée à la plaque mince. On trouvera donc

$$(PE) \quad w_2 = -\frac{(8-3\sigma)h^2}{10(1-\sigma)} \frac{\partial^2}{\partial x^2} w_0 \\ - \frac{(8-3\sigma)ph^2}{5(1-\sigma)aD} \sum \frac{\sin \alpha x}{\alpha^3} \left\{ \frac{x b x y \operatorname{sh} \alpha (b-y) - x (b-y) \operatorname{sh} \alpha b \operatorname{sh} \alpha x}{\operatorname{sh} \alpha b \operatorname{ch} \alpha b - \alpha b} \right\}, \\ w_{2n} \equiv 0 \quad (n=2, 3, \dots),$$

$$(PL) \quad w_2 = -\frac{(8-3\sigma)h^2}{10(1-\sigma)} \nabla w_0 \\ - \frac{8\sigma ph^2}{5aD} \sum \frac{\sin \alpha x}{\alpha^3} \left\{ \frac{(\operatorname{ch} \alpha b - 1)(\alpha b \operatorname{sh} \alpha b \operatorname{sh} \alpha y - \alpha y \operatorname{ch} \alpha y)}{(3+\sigma) \operatorname{sh} \alpha b \operatorname{ch} \alpha b + (1-\sigma) \alpha b} \right\}, \\ w_4 = -\frac{(8+\sigma)h^2}{10(1-\sigma)} \nabla w_2 + \frac{(8+\sigma)(8-3\sigma)ph^4}{25(1-\sigma)^2aD} \sum \frac{\sin \alpha x}{\alpha^3}, \\ w_{2n} \equiv 0 \quad (n=3, 4, \dots).$$

Il convient dans ce cas de faire entrer explicitement l'expression de  $w_0$  :

$$\begin{aligned}
 w_0 &= -\frac{4p}{aD} \sum \frac{\sin \alpha x}{\alpha^5} \{ P \alpha y \operatorname{sh} \alpha y + Q (\operatorname{sh} \alpha y - \alpha y \operatorname{ch} \alpha y) - (\operatorname{ch} \alpha y - 1) \}; \\
 \delta P &= (3 + \sigma)(1 - \sigma) \operatorname{sh}^2 \alpha b - \sigma(1 - \sigma) \alpha b \operatorname{sh} \alpha b + 2\sigma \operatorname{ch} \alpha b + 2(1 - \sigma), \\
 \delta Q &= (3 + \sigma)(1 - \sigma) \operatorname{sh} \alpha b \operatorname{ch} \alpha b - \sigma(1 - \sigma) \alpha b \operatorname{ch} \alpha b + \sigma(1 + \sigma) \operatorname{sh} \alpha b - (1 - \sigma)^2 \alpha b, \\
 \delta &= (3 + \sigma)(1 - \sigma) \operatorname{sh}^2 \alpha b + (1 - \sigma)^2 \alpha^2 b^2 + 4, \\
 w_2 &= -\frac{4p}{aD} \sum \frac{\sin \alpha x}{\alpha^3} \left\{ R \alpha y \operatorname{sh} \alpha y + S (\operatorname{sh} \alpha y - \alpha y \operatorname{ch} \alpha y) - \frac{(8 - 3\sigma)h^2}{10(1 - \sigma)} (\operatorname{ch} \alpha y - 1) \right\}; \\
 10h^{-2} \delta R &= (8 - 3\sigma)(3 + \sigma) \operatorname{sh}^2 \alpha b - 4\sigma(1 - \sigma) \alpha b \operatorname{sh} \alpha b \\
 &\quad - 2\sigma(4 + \sigma) \operatorname{ch} \alpha b + 2\sigma(4 + \sigma), \\
 10h^{-2} \delta S &= (8 - 3\sigma)(3 + \sigma) \operatorname{sh} \alpha b \operatorname{ch} \alpha b - 4\sigma(1 - \sigma) \alpha b \operatorname{ch} \alpha b - 2\sigma(6 - \sigma) \operatorname{sh} \alpha b \\
 &\quad - (8 - 3\sigma)(1 - \sigma) \alpha b, \\
 \sum_{n=1}^{\infty} w_{1n} &= -\frac{4p}{aD} \sum \frac{\sin \alpha x}{\alpha^5} \left[ \frac{1}{1 - \delta^2 \varepsilon^2} \right] \{ T \alpha y \operatorname{sh} \alpha y + U (\operatorname{sh} \alpha y - \alpha y \operatorname{ch} \alpha y) \}; \\
 \varepsilon &= \frac{5}{(8 + \sigma)h^2 \alpha^2}, \quad \begin{cases} T = 2(8 + \sigma)P + 4\sigma \operatorname{ch} \alpha b + 8 - 3\sigma, \\ U = 2(8 + \sigma)Q + 4\sigma \operatorname{sh} \alpha b; \end{cases} \\
 \sum_{n=1}^{\infty} w_{1n+2} &= -\frac{4p}{aD} \sum \frac{\sin \alpha x}{\alpha^3} \left[ \frac{1}{1 - \delta^2 \varepsilon^2} \right] \{ R \alpha y \operatorname{sh} \alpha y + S (\operatorname{sh} \alpha y - \alpha y \operatorname{ch} \alpha y) \}.
 \end{aligned}$$

Faute de place, disons tout simplement que ces dernières séries sont utilisables.

On peut considérer également une charge centrale, mais les calculs pour les cas non-symétriques deviendraient formidables. Contentons-nous donc d'avoir montré ces formules assez compliquées d'une charge uniforme..

HYDRODYNAMIQUE. — *Remarques sur la viscosité de l'eau.*

Note (1) de M. MAURICE GOLAZ, présentée par M. Mesnager.

La mise en compte de la viscosité de l'eau dans les mouvements irrotationnels m'a conduit à revenir sur des résultats antérieurement acquis (2) afin d'en dégager si possible quelques conclusions.

D'une manière générale, on sait que, sous l'influence de la viscosité, un mouvement irrotationnel tend à devenir rotationnel au contact de la paroi. Mais ce phénomène de turbulence locale peut être pratiquement négligé

(1) Séance du 19 décembre 1932.

(2) *Comptes rendus*, 194, 1932, p. 54.

quand la viscosité est faible, la paroi très lisse et les vitesses élevées. Ces conditions sont précisément celles où nous nous plaçons; on les rencontre dans le voisinage de la crête d'un déversoir supposé matérialisé par une surface rigide et polie.

Rapportons le mouvement à un système d'axes coordonnés. Soit  $M(x, y)$  un point fixe quelconque; à l'instant envisagé, une molécule coïncidera avec lui.

Ecrivons les équations de Lamé, après développement des termes en  $\partial N_1/\partial x$ ,  $\partial N_1/\partial y$ , ...,  $\partial T_2/\partial y$ . Le régime étant permanent au sens mathématique, on aura

$$(1) \quad \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} = X - u \frac{\partial u}{\partial x} - v \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{(\lambda + 2\varepsilon)}{\rho} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{(\lambda + \varepsilon)}{\rho} \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial y} + \frac{\varepsilon}{\rho} \frac{\partial^2 u}{\partial y^2},$$

$$(2) \quad \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} = Y - u \frac{\partial v}{\partial x} - v \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{(\lambda + 2\varepsilon)}{\rho} \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{(\lambda + \varepsilon)}{\rho} \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + \frac{\varepsilon}{\rho} \frac{\partial^2 v}{\partial y^2},$$

dans lesquelles  $p$  est la pression,  $\rho$  la densité,  $u$  et  $v$  les composantes de la vitesse  $V$ ,  $X$  et  $Y$  les composantes des forces extérieures rapportées à l'unité de masse.

Envisageons tout d'abord la ligne de courant passant par  $M$ . D'une part, le fluide étant incompressible, on a l'équation de continuité

$$(3) \quad \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0,$$

de laquelle on déduit

$$(4) \quad \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial y} = 0,$$

$$(5) \quad \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} = 0.$$

Comme il y a potentiel des vitesses, on disposera encore de la relation supplémentaire

$$(6) \quad v \frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial x} = 0,$$

de laquelle on passe immédiatement aux deux autres

$$(7) \quad \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial y} = 0,$$

$$(8) \quad -\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} = 0.$$

En additionnant (4) et (7), (5) et (8) on parvient aux deux nouvelles



relations

$$(9) \quad \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0,$$

$$(10) \quad \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} = 0,$$

qui, remarquons-le, sont identiques aux équations de Laplace.

Ce résultat appelle une première constatation. En effet, les composantes  $u$  et  $v$  de la vitesse sont des fonctions harmoniques en  $x$  et  $y$ ; en d'autres termes, les courbes  $u = \text{const.}$  et  $v = \text{const.}$  forment dans le plan des  $(x, y)$  une double famille de courbes orthogonales qui ne se superpose pas au double réseau des lignes de courant et des équipotentielles. Ces lignes seront dites courbes d'égales composantes horizontales et verticales des vitesses.

Ceci dit, revenons aux équations générales (1) et (2). Il est facile de voir, en faisant usage des relations (4), (5), (9) et (10), que l'on retombe sur les équations d'Euler. On peut donc énoncer le fait qu'un liquide naturel se comporte le long d'une ligne de courant exactement comme un liquide parfait.

Mais ce résultat n'entraîne, pas forcément, même pour l'eau, la suppression des termes de viscosité dans les équations (1) et (2) qui, sous la réserve de l'évaluation correcte des forces extérieures, expriment la variation de la pression suivant deux directions perpendiculaires.

Cette remarque a toute son importance lorsqu'on se propose de déterminer la distribution des vitesses dans le plan d'écoulement, c'est-à-dire lorsqu'il s'agit de passer d'un point  $M$  situé sur un filet à un autre point  $M'$  situé sur un filet infiniment voisin, suivant une direction donnée. Or, parmi toutes les courbes passant par  $M$  qui ont une signification hydrodynamique précise, l'isocline ou lieu d'égale inclinaison des vitesses paraît jouer un rôle prépondérant dans le calcul du débit d'un déversoir.

C'est ainsi que, dans le cas particulier où l'isocline dégénère en une ligne verticale, M. J. Mesnager et moi-même avons établi (*op. cit.*) la loi de répartition des vitesses, en mettant en compte la viscosité de ce liquide. Il convient d'ajouter que la réalité semble justifier entièrement ce point de vue.

MÉCANIQUE QUANTIQUE. — *Remarques sur la théorie de la superquantification.* Note de M. JEAN-LOUIS DESTOUCHES, présentée par M. M. de Broglie.

Nous voulons préciser certains points de cette théorie qui nous paraissent importants pour donner plus de clarté aux principes.

I. D'après Fock (<sup>1</sup>), les composantes  $y(t)$  de la fonction  $\psi$  sont canoniquement conjuguées avec les quantités  $p_s = (h/2\pi i) y_s^*$ , la fonction hamiltonienne étant

$$F = \frac{h}{2\pi i} \sum_s K_{ss} y_s p_s.$$

Le premier stade qui conduit à la superquantification est le passage de cette mécanique ponctuelle abstraite en une mécanique ondulatoire de cet espace ( $\psi$ ). Par le procédé habituel, on trouve pour équation d'ondes

$$F\Omega = \frac{h}{2\pi i} \frac{\partial \Omega}{\partial t}.$$

Aux équations canoniques correspond une équation de Jacobi qui se trouve être identique à l'équation d'ondes, de sorte qu'on peut dire que *la mécanique ondulatoire ( $\psi$ ) et la mécanique ponctuelle ( $\psi$ ) sont identiques*. Le développement de Fock de la fonctionnelle  $\Omega$  en série de puissances des  $y$  montre que la superquantification revient à faire un choix sur les mouvements possibles dans l'espace ( $\psi$ ).

On vérifie facilement que les « surfaces d'ondes »  $\Omega = \text{const.}$  sont orthogonales au « vecteur quantité de mouvement »  $\vec{p}$  et qu'on a  $\vec{p} = -\text{grad } \Omega$ . Comme la norme de  $\vec{p}$  est égale à  $h/2\pi$ , en généralisant la notion de parallélisme on voit que les surfaces d'ondes à un instant  $t$  sont toutes parallèles entre elles. Enfin, comme  $\vec{p} = (h/2\pi i) \psi^*$ , le lieu de l'extrémité d'un vecteur équipollent à  $\vec{p}$  mené par l'origine  $o$  est sur la sphère de rayon unité,  $\psi$  étant normé.

2. On obtient les équations de la superquantification en prenant comme nouvelles quantités conjuguées  $n_s$  et  $\theta_s$  et posant

$$n_s = \frac{2\pi i}{h} \mathcal{K} y_s p_s \quad \text{avec} \quad \sum_s n_s = \mathcal{K}.$$

(<sup>1</sup>) FOCK, *Zeits. f. Phys.*, 49, 1928, p. 339; 75, 1932, p. 622.

$n_s$  étant le nombre probable de systèmes dans l'état  $s$ ,  $\mathcal{N}$  leur nombre total.

Nous admettrons avec Dirac <sup>(1)</sup> que les  $n_s$  sont les coordonnées d'un point N d'un certain espace abstrait, et que les  $\Theta_s$  sont les composantes de la « quantité de mouvement » du point N.

Pour préciser les propriétés de cet espace, il nous a semblé très bien adapté de choisir comme distance de deux points X, Y :

$$(X, Y) = \sum_s (x_s - y_s)^2,$$

c'est-à-dire d'identifier l'espace  $(n)$  avec l'espace  $(A)$  de Fréchet <sup>(2)</sup> qui est *vectoriel complet* et a  $\omega$  dimensions.

Le mouvement du point N indique les modifications de la répartition des systèmes. Il se déplace sur la sphère  $(S)$  de rayon  $\mathcal{N}$  centrée à l'origine.

On obtient l'équation d'ondes par le procédé habituel, mais dans l'hamiltonien figurent les opérateurs  $e^{\frac{\partial}{\partial n_s}}$  qu'il faut d'abord prolonger pour qu'ils soient applicables à toutes les fonctions, en les remplaçant par les opérateurs *changement de la valeur de l'argument* et écrire

$$f(n_s + 1) = e^{\frac{\partial}{\partial n_s}} f(n_s) = \binom{n_s + 1}{n_s} f(n_s).$$

3. Il n'est possible d'adopter le principe de superquantification de Dirac qu'en vertu des théorèmes suivants que nous démontrerons ailleurs :

1° Soit  $\mathcal{E}_0$  l'ensemble des points dont les coordonnées diffèrent d'entiers de celles du point  $N_0$  : *La valeur de  $\Psi(N, t)$  en un point N d'un ensemble  $\mathcal{E}_0$  ne dépend que de ses valeurs à l'instant initial sur cet ensemble  $\mathcal{E}_0$ .*

2° Soit  $\mathcal{E}_s$  l'ensemble des points de coordonnées entières positives ou nulles situées sur la sphère  $(S)$ . *Si à l'instant initial la fonctionnelle  $\Psi(N, t)$  est nulle partout sauf sur  $\mathcal{E}_s$  elle possède cette propriété à tout instant.*

3° *L'ensemble  $\mathcal{E}_s$  est dénombrable.*

4° *La somme  $\sum |\psi(N_i, t)|^2$  étendue à tous les points  $N_i$  de  $\mathcal{E}_s$  est constante et peut être prise égale à l'unité, ce que nous supposons.*

Ces propriétés autorisent à admettre le principe de Dirac qu'on peut décomposer comme suit : 1°  $\Psi(N_i, t)$  est non nulle seulement sur  $\mathcal{E}_s$  (il suffit pour cela que  $\Psi(N_i, 0)$  le soit ; 2° la probabilité pour que le point N figurant

(1) DIRAC, *Proc. Roy. Soc., A*, 114, 1927, p. 243.

(2) M. FRÉCHET, *Les Espaces abstraits*, Gauthier-Villars, 1928, p. 86.



la répartition des systèmes dans les divers états soit en  $N_i$  est  $|\Psi(N_i, t)|^2$ . Le premier principe est analogue au principe de quantification, le second au principe des interférences de la mécanique ondulatoire.

*Conclusion.* — Dans cette Note nous avons voulu montrer que :

1° La mécanique ondulatoire de l'espace ( $\psi$ ) est identique à la mécanique ponctuelle, la superquantification restreignant seulement les mouvements possibles.

2° Il est d'une grande utilité d'adopter comme espace ( $n$ ) de Dirac l'espace (A) *vectoriel complet* de Fréchet. Le point figuratif N se déplace sur une sphère de rayon  $\mathcal{R}$  centrée à l'origine.

3° Le principe de superquantification de Dirac ne peut être adopté qu'en vertu des quatre propriétés que nous avons indiquées.

MÉCANIQUE APPLIQUÉE. — *Sur la localisation des phénomènes de détonation.*

Note de M. MAX SERRUYS, présentée par M. J. L.-Breton.

*Localisation du cognement dans les moteurs à explosion, effets mécaniques et thermiques de ce dernier.* — Ayant été amené par le raisonnement exposé dans une Note précédente à considérer le cognement comme un phénomène local, nous avons pensé que l'étude de la répartition de la chaleur radiée par la combustion dans le moteur pouvait fournir un moyen de déterminer le siège du phénomène.

Utilisant un moteur refroidi par un courant d'air d'intensité constante et dont la culasse était munie de 17 couples thermo-électriques noyés dans l'épaisseur de la paroi, nous avons pu constater, en effet, que lors du passage du régime non détonant au régime détonant et sans variation sensible de puissance, la température de certains points de la culasse augmentait de plus de 100° alors que celle des autres points n'était pas affectée de plus d'une vingtaine de degrés. Or ces points n'étaient ni les plus chauds en marche normale, ni les moins bien refroidis de la culasse, comme le montre la figure 1 qui indique les températures de différents points de celle-ci en fonction de leur distance au point le plus sensible au cognement. Nous en avons conclu qu'un apport de chaleur particulièrement intense se produisait dans la région où l'élévation de température était maxima, lequel devait être attribué au cognement. Cette conclusion nous a été confirmée par le fait qu'un accroissement de charge ou d'avance à l'allumage

ne produisant pas la détonation n'affecte pas en général les températures de la même région de la culasse que le cognement (*fig. 1*).

En outre nous avons pu constater sur des pistons ayant fonctionné une

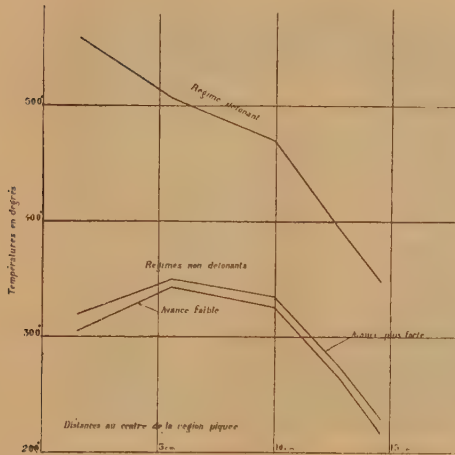


Fig. 1.

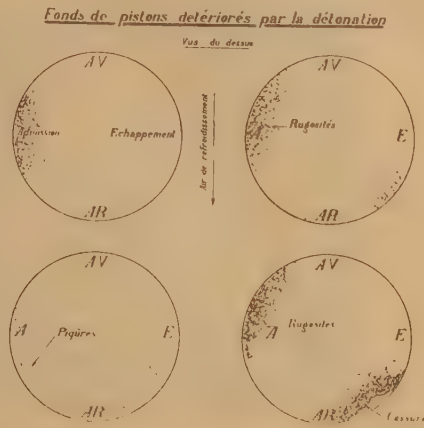


Fig. 2.

demi-heure ou une heure seulement et même parfois une dizaine de minutes en régime détonant et à une charge inférieure à celle qu'ils pourraient supporter normalement pendant plusieurs centaines d'heures (en régime non détonant) des piqûres et même des détériorations profondes dont les schémas de la figure 2 et les photographies de la figure 3 donnent une idée, ces piqûres, selon nous, sont dues soit à un effet thermique, soit à un effet mécanique de la détonation.

Ces détériorations qui dans plusieurs cas affectent la partie la mieux refroidie de la face supérieure du piston *coïncident dans tous les cas avec la région de la culasse dont la température s'est élevée le plus à l'apparition du régime détonant.*

Considérant ce fait comme une confirmation du raisonnement qui nous avait démontré le caractère local de la détonation, nous avons tenu à signaler cette nouvelle méthode d'investigation concernant le cognement qui nous a déjà permis de déterminer, dans un assez grand nombre de cas, comment ce dernier est affecté par la forme de la culasse et l'emplacement de l'allumage et dont les résultats coïncident sensiblement avec ceux des

méthodes photographiques d'un emploi souvent plus délicat ou plus incertain.

Enfin le caractère local et fugitif des pressions mises en jeu par la déto-

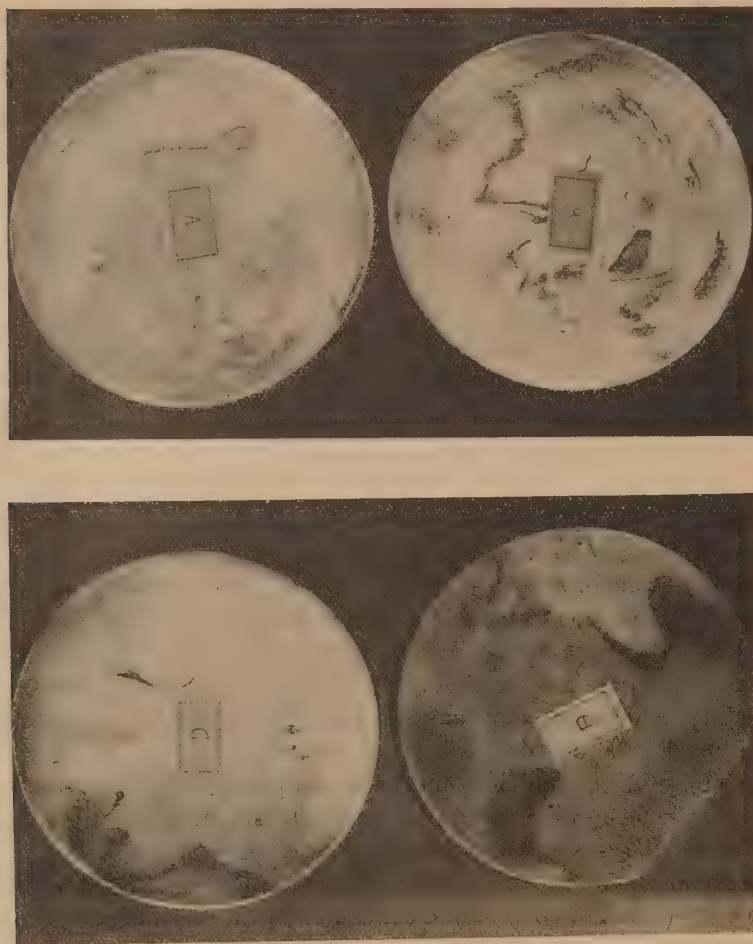


Fig. 3.

nation nous paraît fournir l'explication du fait que des pistons et des culasses calculés pour résister à des pressions relativement faibles, résistent généralement sans rupture aux détonations les plus violentes pourvu que



leur température ne s'élève pas à une valeur pour laquelle la résistance des alliages utilisés devient par trop faible. Quant aux articulations de l'embiellage elles seraient protégées, selon nous, contre l'action du cognement par l'inertie du piston qui absorberait la majeure partie de la percussion, ce que l'expérience semble confirmer en montrant que ces articulations ne sont pas affectées par le cognement.

ASTRONOMIE. — *Sur la variation de l'orbite et de la vitesse de la comète de Halley et de sa distance aux planètes troublantes.* Note <sup>(1)</sup> de M. **ANTONIO CABREIRA**.

En observant les dates des 29 passages connus de la comète de Halley au périhélie, on voit que les périodes de retour ont été très inégales. En effet, la 1<sup>re</sup>, la 10<sup>e</sup> et la plus grande, la 14<sup>e</sup> et moyenne, la 28<sup>e</sup> et la plus petite furent, respectivement, de 77 années et 5 jours, 79 années et 132 jours, 76 années et 255 jours, 74 années et 183 jours.

Cette irrégularité résulte de la variation de l'orbite et de la vitesse de l'astre, produite par la force perturbatrice des grosses planètes.

Considérons séparément les deux effets perturbateurs.

Si l'on suppose la vitesse constante, les trajets auraient été directement proportionnels aux durées respectives. Par suite,  $J_n$ ,  $J_1$ ,  $\Delta$  étant les trajets correspondant à la durée donnée et à la première et la différence entre elles, il viendrait

$$(1) \quad J_n = \left( 1 \pm \frac{\Delta}{79^a 5^j} \right) \times J_1.$$

Si l'on suppose l'orbite constante, les accélérations et les retards auraient eu lieu dans les révolutions dont les durées furent, respectivement, inférieures et supérieures à la moyenne, laquelle correspondrait alors au trajet où la comète n'eût été pas troublée. Cela étant, l'accélération et le retard auraient varié en raison directe des différences qui vont de la durée moyenne à la donnée et en raison inverse du carré de la distance de la comète au centre de la masse troublante. Donc, en désignant par  $\delta$  la différence entre la moyenne et une durée quelconque,  $a$  et  $r$  l'accélération ou le retard correspondant,  $A$  et  $R$  leurs valeurs maxima, 802 et 972 les différences en

---

(<sup>1</sup>) Séance du 19 décembre 1932.

jours entre la moyenne et la durée plus petite et entre la plus grande et la moyenne,  $d$  et  $D$  les distances de la comète, dans la révolution concernant chacun des cas considérés,  $l$  et  $L$  celles dans les révolutions dont les durées constituent des limites observées, on pourrait établir

$$(1) \quad a = + \frac{\delta}{802} \times A, \quad r = - \frac{\delta}{972} \times R$$

et

$$(3) \quad d = l \times \sqrt{\frac{A}{a}}, \quad D = L \times \sqrt{\frac{R}{r}}.$$

Or, les formules (1), (2) et (3) subsistent pour l'hypothèse où l'orbite et la vitesse de l'astre soient simultanément variables, parce que cette considération transforme les valeurs des trajets, des accélérations, des retards et, par suite, des distances en autres qui sont directement proportionnelles à celles-là. Par conséquent, elles donnent la variation de l'orbite et de la vitesse de la comète et de sa distance au centre d'Uranus, Saturne et de Jupiter pendant les perturbations respectives au cours de 21 siècles et demi.

Telle est la méthode au moyen de laquelle j'ai construit la Table suivante :

Durées des révolutions <sup>(1)</sup> .	Variation		
	de l'orbite.	de la vitesse.	de la distance <sup>(2)</sup> .
15. V. 240 A. C. — 20. V. 163 A. C. . .	1,00000	—0,11831	2,91188
20. V. 163 A. C. — 15. VIII. 87 A. C. .	0,98273	+0,21197	2,17334
15. VIII. 87 A. C. — 8. X. 12 A. C. . . .	0,97573	+0,70698	1,18931
8. X. 12 A. C. — 26. I. 66 . . . . .	1,01775	—0,59989	1,29110
26. I. 66 — 25. III. 141 . . . . .	0,97595	+0,69950	1,19565
25. III. 141 — 6. IV. 218 . . . . .	1,00110	—0,13941	2,67823
6. IV. 218 — 7. IV. 295 . . . . .	1,00092	—0,14506	2,62462
7. IV. 295 — 7. XI. 373 . . . . .	1,02134	—0,70473	1,19122
7. XI. 373 — 3. VII. 451 . . . . .	1,00821	—0,26695	1,77577
3. VII. 451 — 15. XI. 530 . . . . .	1,03048	—1,00000	1,00000
15. XI. 530 — 26. III. 607 . . . . .	0,99149	+0,15461	2,79758
26. III. 607 — 26. XI. 684 . . . . .	1,00836	—0,36008	1,11647
26. XI. 684 — 10. VI. 760 . . . . .	0,98075	+0,53117	1,37361
10. VI. 760 — 25. II. 837 . . . . .	0,99448	0,00000	0,00000

(<sup>1</sup>) M. José de Jesus Ramalho a remarqué que les sommes de chaque groupe de trois durées successives donnent une symétrie de valeurs qui permet de les disposer en manière de croix. (Note inédite adressée à M. Antonio Cabreira.)

(<sup>2</sup>) L'unité de référence est  $L$  ou  $l$  selon que le signe de la variation de la vitesse correspondante soit — ou +.

Durées des révolutions.	Variation		
	de l'orbite.	de la vitesse.	de la distance.
25. II. 837-19. VII. 912 .....	0,97807	+0,59351	1,29802
19. VII. 912-15. IX. 989 .....	1,00381	-0,17078	2,41978
15. IX. 989-1. IV. 1066 .....	0,99381	+0,07356	3,68741
1. IV. 1066-29. IV. 1145 .....	0,92785	-0,92386	1,04038
29. IV. 1145-15. IX. 1222 .....	1,00466	-0,25308	1,98779
15. IX. 1222-22. X. 1301 .....	1,00039	-0,12962	2,77754
22. X. 1301-8. XI. 1378 .....	0,98904	+0,24064	2,04056
8. XI. 1378-25. VIII. 1457 .....	0,99551	+0,01371	8,54043
25. VIII. 1457-27. X. 1607 .....	0,96737	+1,00000	1,00000

RECHERCHES MATHÉMATIQUES. — *Le calcul d'ordre quelconque*

Note (\*) de M. TH. DE DONDER.

Les opérations d'ordre quelconque en cas d'anneau de carrés. Considérons un  $(ds)^2$  quelconque

$$ds^2 = \sum_{i,j=1}^n g_{ij} dx^i dx^j \quad (1)$$

où  $g_{ij}$  sont les fonctions données à priori des variables locales  $x^1, \dots, x^n$ . Reportons-nous à notre énoncé (1) de notre *Introduction à la théorie des variétés riemanniennes*, en sous-entendant les séries sommatoires.

$$g_{ij} = g_{ji} = \frac{\partial^2 \mathcal{L}}{\partial x^i \partial x^j} = \left( \frac{\partial g_{in}}{\partial x^j} \right) - \left( \frac{\partial g_{jn}}{\partial x^i} \right)^2 \quad [i, j=1, \dots, (n-1)].$$

Posons

$$(3) \quad c_{ij} = g_{ij} - \frac{g_{in} g_{jn}}{g_{nn}}$$

$$(4) \quad du_n = \frac{g_{in} dx^i}{\sqrt{g_{nn}}}$$

où  $du_n$  représente donc une forme de Pfaff, en général, de rang  $n-1$ .

(\*) Séance du 19 décembre 1932.

Th. DE DONDER in *Mémoires des sciences mathématiques*, publiées par les Parisiens, tome 1, page 10.



Maintenant le  $(ds)^2$  qui figure dans (1) pourra s'écrire

$$(5) \quad (ds)^2 \equiv c_{ij} dx^i dx^j + (du_n)^2.$$

On appliquera de nouveau la formule (2) à la forme

$$(6) \quad c_{ij} dx^i dx^j \quad [i, j = 1, \dots, (n-1)],$$

qui ne renferme plus que  $(n-1)$  différentielles  $dx^1, \dots, dx^{n-1}$ .

On obtiendra, après  $n$  réductions, la décomposition en une somme de carrés,

$$(7) \quad (ds)^2 \equiv (du_1)^2 + (du_2)^2 + \dots + (du_n)^2,$$

où  $du_1, \dots, du_{n-1}$  sont aussi des formes de Pfaff dont les valeurs *explicites* s'obtiennent immédiatement grâce à (4) et (3) réitérés; ainsi, par exemple, on aura

$$(8) \quad du_{n-1} \equiv \frac{c_{1,n-1} dx^1}{\sqrt{c_{n-1,n-1}}} \quad [i = 1, \dots, (n-1)].$$

2. *Linéarisation d'un  $(ds)^2$  quelconque.* — Considérons d'abord la forme quadratique spéciale

$$(9) \quad (X_1)^2 + (X_2)^2 + \dots + (X_n)^2.$$

Écrivons-la sous la forme d'un produit de deux facteurs, à savoir :

$$(9') \quad \left( \sum_{i=1}^{n-1} X_i e^i + X_n e^n \right) \left( - \sum_{j=1}^{n-1} X_j e^j + X_n e^n \right),$$

où les  $e^i$  et  $e^n$  forment un groupe <sup>(1)</sup> de  $n$  unités hypercomplexes tel qu'on ait

$$(9'') \quad \begin{cases} e^i e^j + e^j e^i = -2\delta^{ij}, \\ e^i e^n = e^n e^i, \\ (e^n)^2 = 1, \end{cases}$$

où  $\delta^{ii} \equiv 1$ , et  $\delta^{ij} \equiv 0$  si  $i$  est différent de  $j$ .

Retournons à la formule (7) et faisons jouer aux  $du_\alpha$  le rôle des  $X_\alpha$  ( $\alpha = 1, \dots, n$ ) qui figurent dans (9) et (9'); on aura ainsi la linéarisation

<sup>(1)</sup> Pour plus amples renseignements, voir page 1410 de l'*Encyclopädie der Mathematischen Wissenschaften*, III, AB. 11 (Leipzig, B. G. Teubner, 1914-1931).

explicite :

$$(10) \quad (ds)^2 = \left( \sum_{i=1}^{n-1} e^i du_i + e^n du_n \right) \left( - \sum_{j=1}^{n-1} e^j du_j + e^n du_n \right).$$

3. *Application à l'espace-temps einsteinien.* — Supposons que  $n$  soit égal à 4, et désignons par  $x^1$ ,  $x^2$  et  $x^3$  les trois coordonnées spatiales ;  $x^4$  sera le temps  $t$ . Alors  $(ds^2)$  linéarisé sera donné par (10) où l'on posera, en vertu de (9''),

$$(11) \quad \begin{cases} e^1 = j, & e^2 = h, & e^3 = l, \\ e^4 = 1. \end{cases}$$

et où les  $du_i$  et  $du_n$  sont donnés *explicitement* par (3) et (4) réitérés.

SPECTROSCOPIE. — *Sur la structure de la raie  $K_\alpha$  du carbone.*

Note de M. A. HAUTOT, présentée par M. Ch. Fabry.

Dans une Note précédente <sup>(1)</sup>, j'ai signalé, en collaboration avec Max Morand, l'existence d'une structure fine de la raie  $K_\alpha$  du carbone. Une telle structure n'ayant pas été observée jusqu'à présent et ayant même été niée par certains chercheurs, il importait de donner une confirmation précise de ce résultat ; la présente Note apporte, semble-t-il, cette confirmation en même temps que des données nouvelles.

Il convient tout d'abord de remarquer que le succès de l'étude entreprise sur la raie  $K_\alpha$  du carbone provient de la dispersion des spectrographes utilisés ; cette dispersion est, en effet, notablement supérieure à celle des spectrographes utilisés par les chercheurs qui ont déjà observé cette raie.

Des enregistrements microphotométriques relatifs à quatre ordres de diffraction établissent avec netteté la séparation des deux composantes signalées dans la première Note ; la composante de grande longueur d'onde est considérablement plus intense que l'autre.

L'observation visuelle de certains clichés ayant permis de penser que la raie de grande longueur d'onde était elle-même complexe, des essais ont été entrepris avec une fente très fine et un réseau diaphragmé. Malgré ces circonstances, la raie pouvait être encore photographiée, en quelques minutes, dans quatre ordres, en consommant seulement 100 watts dans le

<sup>(1)</sup> *Comptes rendus*, 193, 1932, p. 1070.

tube. Les enregistrements montrent qu'au deuxième ordre une décomposition de la raie de grande longueur d'onde est esquissée; cette décomposition est nette au troisième ordre; il ne peut plus subsister aucun doute au quatrième ordre tant elle est parfaite.

Des essais ont été faits à des tensions régulièrement espacées entre 340 et 2600 volts; dans tous les cas, la raie est observée avec la structure décrite ci-dessus. Il semble cependant que, pour de faibles tensions, l'intensité de la composante de plus courte longueur d'onde diminue de manière appréciable.

La raie  $K_\alpha$  du carbone apparaît donc comme constituée au moins par trois raies. Il y a 0,2 Å et 0,7 Å entre la composante de plus grande longueur d'onde (la plus intense) et les deux autres composantes. Ces nombres concordent parfaitement pour un grand nombre de clichés pris avec deux spectrographes différents. L'intensité de la composante moyenne est comprise entre celle de la composante de plus grande longueur d'onde et celle de la composante de plus petite longueur d'onde (la plus faible).

Il est intéressant de rapprocher la structure ainsi observée de la structure que laisse prévoir la loi de Moseley appliquée à l'atome de carbone. Si l'on se reporte aux mesures effectuées par Wetterblad <sup>(1)</sup> sur les raies  $\alpha_{12}$ ,  $\alpha'$ ,  $\alpha_3$ ,  $\alpha_4$ ,  $\alpha_5$ ,  $\alpha_6$ , du spectre  $K_\alpha$  de  $N_\alpha$ , on trouve, par application de la loi de Moseley, que la raie de plus grande longueur d'onde doit être accompagnée de raies (de plus courte longueur d'onde) correspondant aux intervalles suivants : 0,18 Å pour  $\alpha'$ , 0,33 Å pour le groupe  $\alpha_{34}$ , 0,68 Å pour le groupe  $\alpha_{56}$ . La concordance est très bonne si l'on admet que les raies observées correspondent respectivement à la raie de plus grande longueur d'onde, au groupe  $\alpha'$ ,  $\alpha_{34}$  et au groupe  $\alpha_{56}$ . Il semble donc bien, contrairement à l'opinion émise par certains chercheurs, que la raie  $K_\alpha$  du carbone ait une structure semblable à celle des raies  $K_\alpha$  des éléments plus lourds.

PHOTOÉLECTRICITÉ. — *Sur le calcul d'un amplificateur de basse fréquence pour cellule photoélectrique.* Note de M. G.-A. BOUTRY, présentée par M. Ch. Fabry.

On a été amené, au cours de la réalisation d'un densitomètre de précision à cellule photoélectrique, à étudier la construction d'un amplificateur de

(1) *Zeitschrift für Physik*, 42, 1927, p. 603 et 611.



basse fréquence à lampes thermoioniques. La méthode de mesure utilisée procédant par déviations constantes, on ne demandait à l'appareil que d'être stable et assez sensible.

On s'est limité à l'emploi d'amplificateurs dans lesquels le couplage de la cellule de la première lampe n'était pas conducteur. L'impédance  $R$  de la cellule, dans les conditions d'emploi, est très considérable (de l'ordre de  $6000\Omega$ ); un transformateur d'impédance adapté à un tel circuit n'est pas réalisable; on a étudié le couplage classique par résistances et condensateur.

La cellule débite sur une résistance  $r$  couplée à la grille de la lampe par un condensateur de grande capacité  $C$ ; la grille est connectée au filament par une résistance de fuite. L'ensemble de l'étage équivaut à trois impédances en dérivation sur  $r$ , et dues :

1° Aux résistances du circuit de grille (fuite, isolement, résistance interne); cet ensemble, purement ohmique, en série avec l'impédance négligeable due à  $C$ , sera désigné par  $\sigma$ .

2° A la capacité grille-plaque  $c$ . On peut calculer l'impédance  $X$  qu'elle produit par la méthode de Miller. Dans le cas où la lampe est couplée à l'étage suivant par une impédance de l'ordre de sa résistance interne, et où ces deux facteurs sont petits devant  $1/c\omega$ , elle se réduit au terme capacitif

$$X = \frac{1}{\frac{k}{2} + 1} \cdot \frac{1}{c\omega} \quad \text{ou} \quad X = \sqrt{\frac{1}{1 + (k+1)^2}} \cdot \frac{1}{c\omega}$$

Couplage intervalle résistif.

Couplage intervalle inductif.

$k$  étant le coefficient d'amplification de la lampe. Avec des pulsations  $\omega$  de l'ordre de 1000,  $X$  vaut  $30\Omega$  pour une triode ordinaire ( $k=20$ ,  $c=3 \cdot 10^{-12}$  farad),  $2000\Omega$  pour une lampe à écran du type E. 452 <sup>(1)</sup>. Mais, dans ce dernier cas, il s'établit à travers la grille écran une dérivation supplémentaire d'impédance  $1/c_1\omega$ , où  $c_1$  désigne la capacité grille de contrôle-grille écran; pour la lampe en question,  $1/c_1\omega = 250\Omega$ .

3° A la capacité filament-plaque : nous la négligeons devant les termes précédents.

Dans ces conditions d'emploi, l'impédance de l'étage peut donc être réduite à deux termes, la résistance  $\sigma$  et la capacitance  $1/mc\omega$  (où  $m$  est un coefficient numérique) en dérivation sur  $\sigma$ ; en notation imaginaire

$$\frac{1}{Z^*} = \frac{1}{\sigma} - \frac{mc\pi}{j}, \quad \text{avec} \quad \text{mod } Z = \sqrt{\frac{1}{\frac{1}{\sigma^2} + m^2 c^2 \omega^2}}$$

Soient  $I$  l'intensité débitée par la cellule,  $i_1$  et  $i_2$  les fractions de  $I$  qui passent respectivement dans  $r$  et dans  $Z$ ; les relations de Kirchhoff donnent

(<sup>1</sup>) Dénomination du constructeur.

(notation imaginaire)

$$I^* = i_1^* + i_2^*, \quad r i_1^* = Z^* i_2^*,$$

$$i_2^* \left[ r + \frac{\frac{1}{\sigma}}{\frac{1}{\sigma^2} + m^2 c^2 \omega^2} - j \frac{mc\omega}{\frac{1}{\sigma^2} + m^2 c^2 \omega^2} \right] = I^*$$

La différence de potentiel entre grille et filament est

$$u^* = Z^* i_2^*$$

et le courant plaque correspondant

$$i_p^* = \frac{k u^*}{\rho + R_2} \quad \text{ou} \quad i_p^* = \frac{k u^*}{\rho - j L \omega}$$

équations où  $k$  est le coefficient d'amplification de la lampe,  $\rho$  sa résistance interne,  $R_2$  ou  $L\omega$  l'impédance de liaison avec l'étage suivant. Calcul fait, le coefficient d'amplification en ampères de l'étage est <sup>(1)</sup>

$$(1) \quad \mu = \frac{i_p}{I} = k \frac{r}{\rho + R_2} \sqrt{\frac{\frac{1}{\sigma^2 + m^2 c^2 \omega^2}}{\left[ r + \frac{\frac{1}{\sigma}}{\frac{1}{\sigma^2} + m^2 c^2 \omega^2} \right]^2 + \left[ \frac{mc\omega}{\frac{1}{\sigma^2} + m^2 c^2 \omega^2} \right]^2}}$$

Si l'on réduit  $Z$  à sa partie ohmique  $\sigma$ ,  $\mu$  devient

$$(2) \quad \mu' = k \frac{1}{\rho + R_2} \frac{r\sigma}{\sigma + r}$$

Avec la même approximation, le coefficient d'amplification en volts de l'étage serait

$$(3) \quad \mu' = k \frac{R_2}{\rho + R_2} \frac{r\sigma}{(r + \sigma)(r + R)}$$

Dans la formule (2)  $r$  et  $\sigma$  jouent le même rôle; dans le cas particulier où  $r = \sigma$ , posons  $1/mc\omega = \sigma/\rho$ , il vient

$$\frac{\mu}{\mu'} = 2 \left[ \frac{\frac{1}{1 + \rho^2}}{1 + \frac{1}{1 + \rho^2} + \frac{2}{1 + \rho^2}} \right]^{\frac{1}{2}}$$

(1) Si la liaison intervalve est inductive, remplacer  $\rho + R_2$  par  $\sqrt{\rho^2 + \alpha^2 \omega^2}$ .

formule qui montre que, pour  $p = 0,05$ ,  $\mu/\mu' = 0,96$  : le calcul de  $\mu$  peut être effectué, quand on ne désire pas une approximation supérieure à 4 pour 100, à l'aide de la formule (2), pourvu que  $r$  et  $\sigma$  ne dépassent pas la valeur  $1/2 mc\omega$ , soit, pour les lampes considérées,  $15 \Omega$  (triode), et  $125 \Omega$  (E. 452).

La discussion des formules (2) et (3) montre que l'emploi de lampes à grille écran s'impose, et que la meilleure amplification en énergie <sup>(1)</sup> est obtenue quand  $\rho = R_2$ , et quand le produit  $\sigma r = R^2$ . Pratiquement, on ne peut dépasser  $r = \sigma = 100 \Omega$  sans compromettre la stabilité de l'étage.

L'expérience a vérifié les prévisions ci-dessus; l'écart entre les valeurs de  $\mu$  mesurées et celles que donne la formule (2) ne dépasse pas 10 pour 100. On obtient aisément des valeurs de  $\mu$  comprises entre 10 000 et 20 000; pour aller au delà, il faut disposer d'un matériel très bien isolé et protégé. En faisant suivre l'étage par une triode détectant par courbure de sa caractéristique de grille, l'intensité d'un courant photoélectrique de  $10^{-9}$  amp. peut être multipliée par 90 000.

PHOTOÉLECTRICITÉ. — *Action d'un champ magnétique sur une cellule photoélectrique à remplissage gazeux.* Note <sup>(2)</sup> de M. P. FOURMARIER, présentée par M. Paul Janet.

L'application à une cellule photoélectrique d'un champ magnétique perpendiculaire au flux électronique a pour effet de réduire le courant photoélectrique. Nous avons fait quelques essais concernant cet effet dans le cas particulier des cellules à remplissage gazeux. Le champ magnétique était produit par un électro-aimant disposé de façon que les lignes de force du champ magnétique soient perpendiculaires aux trajectoires électroniques dans la cellule. Les résultats obtenus sont les suivants :

1° *Illumination constante.* — Les courbes données ci-après (fig. 1) donnent le diagramme, en fonction de la tension appliquée aux bornes de la cellule, du rapport  $\varphi = i/I$  du courant  $i$  lorsque le champ magnétique est établi au courant  $I$  en l'absence du champ magnétique. Les courbes en traits interrompus donnent le courant  $I$ .

On voit que :

<sup>(1)</sup> Elle dépend du produit  $\mu\chi$ .

<sup>(2)</sup> Séance du 19 décembre 1932.



a. Pour toutes les cellules, la valeur de  $\rho$  augmente à partir de  $V = 0$  jusqu'à un maximum pour ensuite diminuer rapidement;

b. La valeur de  $\rho$  est plus grande pour les cellules à remplissage d'hélium

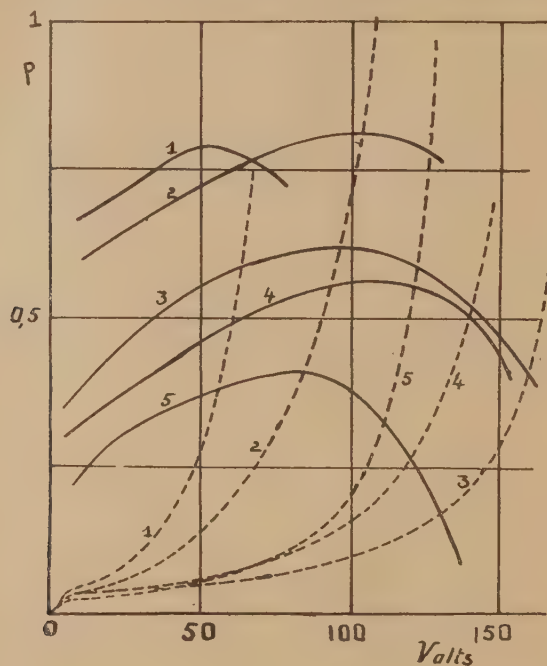


Fig. 1.

1, cathode : cæsium; gaz : hélium; 2, cathode : potassium; gaz : hélium; 3, cathode : cæsium; gaz : néon (a); 4, cathode : cæsium; gaz : néon (b); 5, cathode : potassium; gaz : argon.

que pour les cellules à remplissage d'argon ou de néon, à champ magnétique égal.

2° *Illumination brusque.* — Les oscillogrammes reproduits à la figure 2 donnent le diagramme du courant pour une illumination brusque (fente lumineuse complètement ouverte en M) sans champ magnétique (courbe c) et avec champ magnétique (courbes a et b). On voit que l'application du champ magnétique diminue l'à-coup initial de courant (ordonnée en M) dans une proportion représentée sur le diagramme (fig. 1) par le prolongement de la partie ascendante de la courbe de  $\rho$ . La composante du courant qui est fortement soumise au trainage diminue considérablement et peut même être réduite presque à zéro.

Ces observations nous semblent pouvoir corroborer l'hypothèse que nous avons déjà émise de l'influence des ions positifs sur le trainage. Les ions positifs sont en effet dans la cellule des éléments à très faible vitesse, donc éminemment sensibles au champ magnétique. Or l'effet du champ magnétique sur les électrons diminue quand la tension appliquée augmente puisque

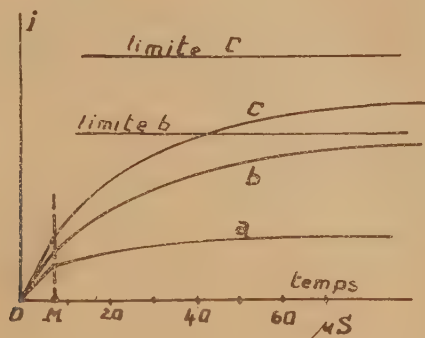


Fig. 2. — Cellule potassium-argon.  $V = 125$  volts.  $H$ , fin de l'ouverture de la fente lumineuse;  $a$ ,  $b$ , courbes avec champ magnétique.  $H_{c_a} > H_{c_b}$ ;  $c$ , courbe sans champ magnétique.

la vitesse des électrons est proportionnelle au champ électrique accélérateur. Le rapport  $\rho$ , du courant d'ionisation dû aux électrons quand le champ est établi au courant sans champ magnétique augmente constamment avec la tension, suivant la partie ascendante de la courbe de  $\rho$ . Si donc  $\rho$  diminue à partir d'une certaine tension, c'est qu'interviennent à ce moment dans l'ionisation des éléments très sensibles au champ magnétique : les ions positifs.

D'autre part, la composante du courant qui diminue lors de l'application du champ magnétique est la composante cause du trainage. Il semble donc bien qu'il y ait corrélation entre les deux phénomènes et que les ions positifs soient la cause du trainage.

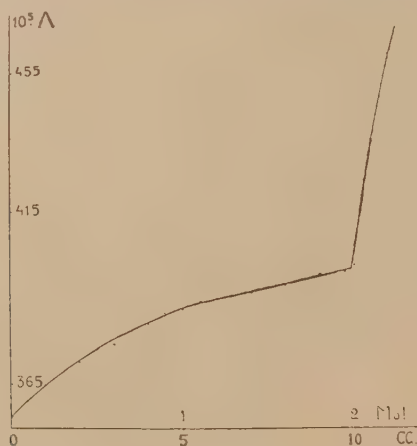
Il est, d'autre part, logique, si l'on admet cette explication que l'effet du champ magnétique soit moins marqué dans les cellules à remplissage d'hélium où les vitesses des ions positifs sont considérablement plus grandes.

CHIMIE MINÉRALE. — *Sur l'iodomercurate d'argent.*Note <sup>(1)</sup> de M. F. GALLAIS, présentée par M. G. Urbain.

Dès 1870, Meusel <sup>(2)</sup> signale l'iodure double d'argent et de mercure comme un précipité jaune, devenant rouge brique à chaud et redevenant jaune par refroidissement. Cette curieuse propriété, qui a valu depuis à ce composé un emploi industriel <sup>(3)</sup>, a fait l'objet de nombreux travaux <sup>(4)</sup>.

En étudiant les anions iodomercuriques <sup>(5)</sup>, j'ai été amené à suivre, par des mesures de conductibilité, la réaction du nitrate d'argent avec l'iodomercurate de potassium.

La courbe ci-dessous représente la conductibilité de deux molécules de KI et d'une molécule de biiodure en solution 0,01 M dans l'alcool à 20°, en fonction des quantités d'azotate d'argent 0,1 M qui leur ont été ajoutées.



Elle présente un seul point anguleux, terminant un tracé très régulier, pour l'addition de deux molécules d'azotate d'argent; l'analyse du précipité donne à ce moment 23,32 pour 100 d'argent, dosé à l'état de chlorure

<sup>(1)</sup> Séance du 5 décembre 1932.

<sup>(2)</sup> MEUSEL, *Ber. d. d. Chem. Ges.*, **3**, 1870, p. 123.

<sup>(3)</sup> Cf. par exemple HT PINNOCK, *J. Soc. Chem. Ind.*, **38**, 1919, p. 78.

<sup>(4)</sup> BELLATI et ROMANEZ, *Atti Inst. Veneto*, 5<sup>e</sup> série, **6**, 1880, p. 1050; A.-E. BAUR, *Z. ph. Chem.*, **18**, 1895, p. 180; J. GOLSE, *Comptes rendus*, **190**, 1930, p. 865.

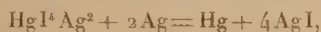
<sup>(5)</sup> *Comptes rendus*, **193**, 1932, p. 875.

(calculé pour  $\text{HgI}^{\text{I}}\text{Ag}^2$ , 23,39 pour 100). Ce résultat paraît bien correspondre à la précipitation d'un iodomercurate d'argent unique du type attribué au sel de potassium



Il m'a d'ailleurs été impossible de suivre cette réaction par des mesures de f. e. m. comme je me le proposais, parce que l'introduction d'électrodes métalliques dans le milieu provoque des réactions secondaires.

L'électrode de mercure réagit sur l'anion iodomercurique et le réduit à l'état de iodure mercurieux  $\text{Hg} + \text{HgI}^{\text{I}}\text{K}^2 = 2\text{HgI} + 2\text{KI}$ . Cette réaction, signalée depuis longtemps <sup>(1)</sup> dans l'eau où elle est entravée par l'iodure de potassium libre, qui y accompagne nécessairement l'anion iodomercurique, se développe bien davantage dans l'alcool à 20° où cet anion se trouve isolé. Quant à l'électrode d'argent, j'ai constaté qu'elle réagissait sur l'iodomercurate d'argent selon l'équation :



ce qui en prohibe également l'emploi.

Mais j'ai pu effectuer sur le précipité des mesures de coefficients d'aimantation. Ces mesures ont porté comparativement sur l'iodomercurate d'argent, sur le biiodure de mercure qui avait servi à le préparer et sur l'iodure d'argent.

Elles ont été effectuées avec une balance magnétique de Curie et Cheneveau en adoptant comme coefficient d'aimantation spécifique de l'eau la valeur  $-0,72 \cdot 10^{-6}$  curie. J'ai trouvé :

	Coefficient d'aimantation	
	spécifique $10^6 \chi$ .	moléculaire $10^6 \chi_{\text{M}}$ .
$\text{HgI}^{\text{I}}_2$ .....	-0,25	-113
$\text{AgI}$ .....	-0,29	-68

ce qui permettrait de calculer par additivité pour l'iodomercurate d'argent :

$\text{HgI}^{\text{I}}\text{Ag}^2$ .....	-0,27	-250
--	-------	------

Or, j'ai trouvé :

$\text{HgI}^{\text{I}}\text{Ag}^2$ .....	-0,19	-176
--	-------	------

Les chiffres expérimentaux sont donc inférieurs de près de 30 pour 100 aux chiffres calculés par additivité; et si l'on admet que la différence porte

(<sup>1</sup>) M. FRANÇOIS, *Thèse doctorat sciences*, Paris, 1901, p. 19.



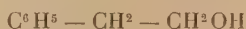
tout entière sur le mercure, on trouve que cet élément devient paramagnétique dans l'iodomercurate d'argent ( $\chi = +0,24 \cdot 10^{-6}$ ). Ce résultat, qui prend tout son sens si on le rapproche du résultat analogue que M. Pascal<sup>(1)</sup> a obtenu pour l'iodomercurate de potassium, permet d'attribuer à l'iodomercurate  $\text{HgI}^+\text{Ag}^+$  le caractère de combinaison complexe. Dans un travail dont j'ai eu connaissance après avoir terminé cette recherche<sup>(2)</sup>, J. Ketelaar conclut également à l'individualité de  $\text{HgI}^+\text{Ag}^+$  d'après les diagrammes de poudre qu'il a obtenus aux rayons X.

J'ai effectué la même mesure sur une fraction du même échantillon qui avait été portée une heure à  $60^\circ$  sans trouver la moindre différence avec le produit non chauffé.

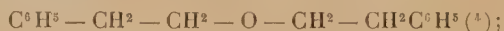
Par ailleurs, le caractère phototrope que l'iodomercurate d'argent présente à un léger degré, comme beaucoup de dérivés mercuriels<sup>(3)</sup>, m'a paru être en rapport avec la teneur de ce corps en humidité. Très marqué sur le produit qui vient d'être flocculé de sa solution colloïdale, il s'atténue progressivement par la dessiccation dans le vide sulfurique au point de faire presque complètement défaut sur le produit sec conservé en tube scellé.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur l'action de divers agents déshydratants sur l'alcool phényléthylque primaire*. Note de MM. L. PALFRAY, S. SABETAY et M<sup>lle</sup> DENISE SONTAG, présentée par M. Delépine.

La déshydratation de l'alcool phényléthylque primaire



peut se poursuivre par deux voies différentes. D'une part, les déshydratants acides ( $\text{SO}^4\text{NaH}$ ,  $\text{SO}^4\text{H}^2$ ) provoquent le départ d'une molécule  $\text{H}^2\text{O}$  entre deux molécules d'alcool avec formation d'un éther- $\alpha$ xyde



d'autre part, en présence de déshydratants basiques (KOH fondue), les

(<sup>1</sup>) PASCAL, *Ann. de Chim. et Phys.*, 8<sup>e</sup> série, 16, 1909, p. 520.

(<sup>2</sup>) J. KETELAAR, *Zeit. für Krist.*, 80, 1931, p. 190.

(<sup>3</sup>) PRIN, *Chem. Ind.*, 42, 1923, p. 292; S. V. RAGHAVA RAO et H. E. WATSON, *J. Phys. Chem.*, 32, 1928, p. 1354.

(<sup>4</sup>) J.-B. SENDERENS, *Comptes rendus*, 182, 1926, p. 612; 188, 1929, p. 1073.

éléments de l'eau sont enlevés à une seule molécule de l'alcool, et le produit unique de la réaction est un carbure non saturé : le styrolène (1).

Il était intéressant d'étudier systématiquement l'action de divers agents déshydratants, pour déterminer quel est le milieu le plus favorable à l'une ou à l'autre des deux réactions de déshydratation et voir si certains agents étaient capables de produire la déshydratation simultanément dans les deux directions. Dans cette vue, nous avons fait couler goutte à goutte 25<sup>g</sup> (1/5 mol) de phényléthanol sur un tiers ou un quart de molécule d'agent déshydratant, chauffé préalablement à 250° (bain d'huile). Le distillat recueilli quantitativement et mélangé, s'il y avait lieu, au produit restant dans le ballon, était fractionné dans le vide. On pouvait ainsi évaluer approximativement la teneur en styrolène et oxyde de phényléthyle à côté du phényléthanol non attaqué et de résines pouvant provenir de la polymérisation du styrolène. Parfois, nous avons opéré en chauffant à reflux le mélange de phényléthanol et de déshydratant.

1° *Acide oxalique anhydre* (reflux). — Déshydratation nulle. A côté de phényléthanol non attaqué, on isole une quantité notable d'oxalate neutre de phényléthyle ( $C^{18}H^{14}O^4$ ), cristaux blancs inodores (alcool) (2), fondant à 51°-51°,5, bouillant sous 2-3<sup>mm</sup> à 221-223° (3). On peut baser sur cette réaction un procédé d'identification de l'alcool phényléthylrique, qui bien que moins sélectif que celui de S. Sabetay (4), est d'une exécution plus rapide.

On chauffe à feu nu, 1 à 2 minutes, 5<sup>g</sup> de phényléthanol avec 0<sup>g</sup>,1 d'acide oxalique anhydre. On ajoute 1<sup>cm³</sup> d'eau, porte à l'ébullition, refroidit après addition de 2<sup>cm³</sup> d'alcool à 95°, on chauffe de nouveau pour redissoudre, refroidit et essore les cristaux, F = 50°-50°,5. Après recristallisation dans l'alcool à 80°, F = 51°-51°,5.

2° *Anhydride acétique*. — Conduit quantitativement à l'acétate de phényléthyle. Pas de déshydratation.

3° *Anhydride phtalique*. — Donne 3 à 4<sup>g</sup> de styrolène.

4° *Anhydride phosphorique* (reflux). — Fournit 3<sup>g</sup> de liquide fluorescent  $E_{10} = 165-210^\circ$  et des résines exemptes de phosphore.

(1) S. SABETAY, *Bull. Soc. chim.*, 4<sup>e</sup> série, 43, 1929, p. 69.

(2) Un oxalate commercial est annoncé comme possédant une « note intéressante ». Recristallisé dans l'alcool il devient absolument inodore comme le nôtre. Fusion mélangée, pas de dépression.

(3) Analyse : Indice de saponification pour 1<sup>g</sup>, 1329, KOH N/2, trouvé 7,57, calculé pour l'oxalate neutre, 7,60.

(4) S. SABETAY, *Am. Chim. anal.*, 11, 1929, p. 193.

5° *Chlorure de thionyle* (reflux). — Fournit du chlorure de phényl-éthyle <sup>(1)</sup> et 1<sup>s</sup> de mercaptan.

6° *Chlorure de zinc fondu*. — Donne 7<sup>s</sup> de liquide fluorescent  $E_{15} = 167-190^{\circ}$  (distyrolène, éther oxyde ou mélange).

7°  $\text{SO}^2\text{NaH}$  technique de Senderens. — Fournit 72 pour 100 d'oxyde de phényl-éthyle  $\text{C}^{16}\text{H}^{18}\text{O}$ ,  $E_{15} = 180^{\circ}, 5$ ,  $n_D^{25} : 1,5488$ ,  $d_4^{25} : 1,014$ ,  $R_D$  si 70,88, cale. 70,52. L'oxyde pur n'est pas fluorescent (contrairement aux indications de toute la littérature).

8° *Alun calciné*. — Donne 11 à 13<sup>s</sup> de styrolène et 3<sup>s</sup>, 5 de liquide fluorescent,  $E_{20} = 170-210^{\circ}$ .

9°  $\text{SO}^2\text{Cu}$  *anhyd.* — Conduit à un mélange de 3<sup>s</sup> de styrolène, 18<sup>s</sup> de phényl-éthanol non attaqué et 1<sup>s</sup> de liquide  $E_{15} = 170-180^{\circ}$ .

10° *Brome* (déshydratation catalytique). — Donne un peu de bromure de phényl-éthyle et 9<sup>s</sup> de liquide  $E_{17} = 188-190^{\circ}$ .

11° *Soude et potasse à 36° B<sup>e</sup>* (reflux). — Aucune action.

12° *Soude fondu*. — Déshydratation du styrolène, mais beaucoup moins facile qu'avec la potasse fondue qui déshydrate quantitativement.

13°  $\text{CO}^2\text{Na}^2$ . — Aucune action.

14°  $\text{CO}^2\text{K}^2$ . — Donne 1<sup>s</sup> de styrolène.

15°  $\text{BaO}$ . — Fournit du styrolène avec un rendement qui peut atteindre 60 pour 100. En grand, l'opération est incommode (boursofflement) et le rendement baisse considérablement.

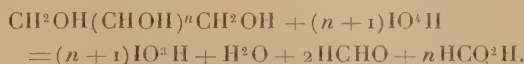
16° *Oxyde et hydrate de calcium*. — Donnent à peine 4<sup>s</sup> de styrolène.

*Conclusions.* — Des faits ci-dessus, il résulte que d'une façon générale, la déshydratation tend plutôt à la formation du styrolène qu'à celle de l'éther-oxyde. Les milieux acides (bisulfate, acide sulfurique) favorisent la formation d'éther-oxyde. En milieu alcalin, on obtient comme unique produit le styrolène. Dans ce cas, c'est la potasse caustique qui est le déshydratant de choix. Tout ceci n'est valable que pour le phényl-éthanol primaire. En ce qui concerne l'isomère secondaire,  $\text{C}^6\text{H}^5 - \text{CHOH} - \text{CH}^3$ , on constate que le bisulfate et l'acide sulfurique déshydratent en styrolène (Senderens) alors que la potasse fondue est sans action.

(1) Il est intéressant de signaler que l'homologue  $\text{C}^6\text{H}^5 - \text{CH}^2 - \text{CH}^2 - \text{CH}^2\text{OH}$  et se déshydrate par  $\text{SOCl}_2$  en allyl et iso-allylbenzène. M<sup>me</sup> RAMART et M<sup>me</sup> AMAGAT, *Comptes rendus*, 188, 1929, p. 638.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur l'oxydation des acides alcools et des sucres par l'acide periodique*. Note de MM. **PAUL FLEURY** et **JACQUES LANGE**, présentée par M. A. Desgrez.

En 1928, Malaprade (*Comptes rendus*, 186, 1928, p. 382), étudiant l'action de l'acide periodique  $\text{IO}^4\text{H}$  sur les polyols, montra que ces corps étaient attaqués à froid en quelques heures. Tandis que l'acide periodique était ramené à l'état d'acide iodique, ces polyols donnaient quantitativement et exclusivement du formol et de l'acide formique selon l'équation générale



Nous avons repris l'étude de cette réaction dans le but d'étendre si possible son application à des corps de constitution plus complexe que les polyols.

Pour aborder cette étude, nous avons mis au point une série de techniques qui seront exposées dans un autre recueil, ainsi que le détail des expériences dont nous ne donnons ici que les principales conclusions.

1° L'acide periodique  $\text{IO}^4\text{H}$ , qui attaque si facilement les polyols à froid et en solution étendue, est sans action, non seulement sur les *corps à fonction alcool simple* (alcool méthylique, éthylique, etc.), mais même sur la *pentaérythrite*  $(\text{CH}^2\text{OH})^4\text{C}$ . Ce corps possède quatre fonctions alcools, mais les quatre carbones à fonction alcoolique sont séparés les uns des autres par un atome de carbone; ce fait montre le rôle primordial joué par la contiguïté de deux fonctions alcools dans l'attaque par l'acide periodique<sup>(1)</sup>.

2° Cette conclusion se trouve amplement confirmée par l'étude d'un certain nombre d'*acides alcools*. Les acides glycolique, malique, citrique qui ne contiennent qu'une fonction alcool ne sont nullement attaqués. Par contre, les *acides tartrique, gluconique et saccharique*, qui présentent des fonctions glycols  $\alpha$ , sont rapidement (1 à 2 heures) détruits à froid.

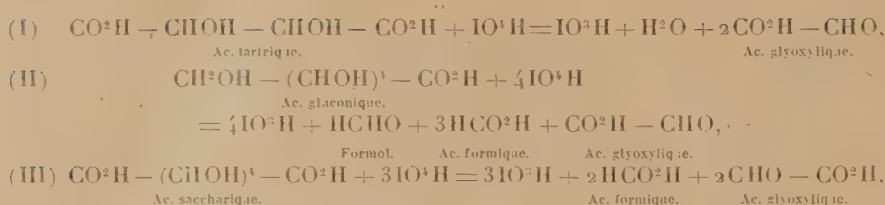
Les faits expérimentaux peuvent être traduits par les réactions sui-

---

(<sup>1</sup>) Il est intéressant de remarquer que Rudolf Criegee (*Ber. Deutsch. Chemische Gesels.*, 64, 1931, p. 260) arrive à des résultats identiques, en particulier, avec la pentaérythrite, en utilisant les sels de plomb IV, que ses recherches amènent à considérer comme un réactif spécifique des glycols  $\alpha$ .



vantes :



On retrouve donc les produits d'oxydation auxquels donne lieu l'attaque des polyols, c'est-à-dire le formol provenant des carbones portant une fonction alcool primaire et l'acide formique résultant de l'attaque des carbones à fonction alcool secondaire, *sauf toutefois si ce carbone est lié à un carboxyle*. Dans ce dernier cas, il reste soudé à ce carboxyle et se transforme en aldéhyde, d'où formation de l'acide glyoxylique  $\text{CO}^2\text{H} - \text{CHO}$  qui a été identifié parmi les produits de l'oxydation de l'acide tartrique et de l'acide gluconique, par sa condensation avec l'acétophénone <sup>(1)</sup>.

3° Nous avons étudié à ce même point de vue *trois oses*, la *dioxyacétone*, le *glucose* et le *lévulose*. Ces trois corps sont aussi rapidement disloqués que les polyols par l'acide periodique à froid, mais avec quelques particularités remarquables.

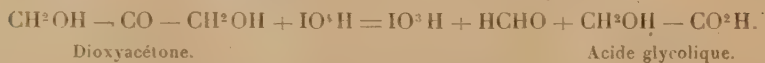
Le glucose demande pour son oxydation 5 atomes d'oxygène, comme le mannitol, en donnant une molécule de formol par sa fonction alcool primaire et 5 molécules d'acide formique : ces faits montrent que, par suite du voisinage de la fonction alcool, la fonction aldéhydique a été également oxydée.

L'équation ci-dessous traduit ces résultats expérimentaux :



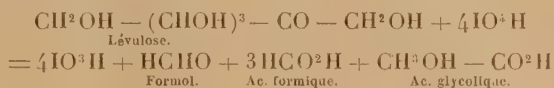
La dioxyacétone, qui demande pour son oxydation un seul atome d'oxygène, ne donne, malgré la présence de deux fonctions alcools primaires, qu'une seule molécule de formol, les deux autres atomes de carbone restant liés sous forme d'un produit non réducteur qui est probablement l'acide glycolique.

La réaction peut se traduire par l'équation ci-dessous :



(1) J. BOUGAULT, *Comptes rendus*, 148, 1909, p. 1270.

Le lévulose, sucre cétonique, fixe, par son oxydation, 4 atomes d'oxygène (tandis que le glucose en fixe 5). Ce fait s'accorde avec la fixation d'un seul atome d'oxygène par la dioxyacétone, mais la réaction avec le lévulose est plus complexe. A côté d'une réaction secondaire sur laquelle nous ne pouvons insister ici, la réaction principale paraît calquée sur celle de la dioxyacétone, en donnant donc lieu à du formol et probablement de l'acide glycolique (avec de l'acide formique pour les autres fonctions alcools secondaires) selon l'équation



*Conclusions.* — Cette réaction apparaît ainsi comme spécifique des glycols  $\alpha$ . De plus, nos résultats montrent l'influence exercée sur la nature de produits d'oxydation par la présence, à côté de carbones à fonction alcoolique, d'atomes de carbone portant des fonctions différentes qui peuvent soit résister à l'attaque, soit participer à la réaction.

Par sa netteté, sa facilité d'emploi, la simplicité relative des produits d'oxydation, cette réaction paraît susceptible d'éclairer la constitution de certains composés organiques. Elle permet d'espérer également des applications analytiques variées. C'est dans cette double voie que nos recherches continuent.

#### MINÉRALOGIE. — *Sur la vanadinite d'Hérival (Vosges).*

Note de MM. L. et H. LONGCHAMRON, présentée par M. F. Wallerant.

La vallée de la Combeauté pénètre à partir de Faymont (Val d'Ajol) en remontant vers l'Est, dans un massif de granulites très minéralisé, où quartz, oligiste, barytine, fluorine et galène se rencontrent fréquemment, et souvent en masses importantes.

A 100<sup>m</sup> nord-ouest de la ferme d'Hérival, dans des filonnets de galène-fluorine, nous avons reconnu la présence de vanadinite. Ce minéral apparaît dans plusieurs fentes de la roche et constitue dans l'une d'elles un véritable filon continu : la vanadinite est sous la forme de concrétions cristallines dont le poids varie de quelques centaines de grammes à plusieurs kilogrammes, l'épaisseur moyenne du filon est de 5<sup>cm</sup>. Les concrétions, à cassure résineuse rouge orangé, sont engagées dans une argile de

remplissage de couleur jaune vif, dont on sépare facilement, par lévigation, une fine poussière de vanadinite.

L'analyse de cette partie fine purifiée par liqueurs denses a donné : Pb, 65;  $V_2O_5$ , 14; Cl, 2.1;  $SiO_2$ , 8; Ca, 1.5;  $P_2O_5$ , 1.6; F, 0.5;  $Al_2O_3$ , 3;  $As_2O_5$ , 2,7;  $Fe_2O_3$ , 0,2. Densité, 6,2.

Si l'on compte  $SiO_2$ ,  $Al_2O_3$ ,  $Fe_2O_3$  comme impuretés, la composition du minéral correspond à un complexe dans lequel interviennent la pyromorphite, la mimétèse, la vanadinite et l'apatite, donc plus complexe encore que la polyspharite, l'endlicheite, la campylite ou l'hédyphane. La réunion du phosphore, de l'arsenic et du vanadium, du plomb et du calcium, du chlore et du fluor, fait de ce minéral un exemple remarquable de l'isomorphisme des minéraux du type apatite.

Au voisinage de la vanadinite, la granulite est entièrement décomposée et a fourni le kaolin de remplissage du filon. La vanadinite imprègne la roche décomposée sur quelques décimètres de largeur et se concentre sur l'emplacement d'un ancien filon de galène dont on retrouve des traces notables à l'intérieur des concrétions dures de vanadinite. Cette galène est en voie de décomposition et semble avoir fourni le plomb de la vanadinite, le vanadium pouvant provenir de la granulite ou du grès vosgien qui la surmonte.

Le gîte mis à nu sur 5<sup>m</sup> de hauteur a été suivi sur une cinquantaine de mètres de long en remontant la colline. Ce gîte constitue le seul gisement de vanadinite actuellement connu sur le sol français.

GÉOLOGIE. — *Sur les bases paléontologiques d'une subdivision du Stampien dans le Bassin de Paris.* Note de M<sup>lle</sup> HENRIETTE ALIMEN, présentée par M. Ch. Jacob.

Cossmann et Lambert ont distingué dans l'Oligocène marin des environs d'Étampes 6 assises fossilifères devenues classiques (1) et correspondant à des gisements types. Elles seraient caractérisées au point de vue de leur faune de Mollusques par des espèces spéciales. Ce sont successivement les niveaux d'*Étrechy* (1 espèce spéciale), de *Jeures* (71 esp. sp.), de *Morigny* (10 esp. sp.), de *Vauroux* (1 esp. sp.), de *Pierrefitte* (61 esp. sp.) et d'*Ormoy* (2 esp. sp.). La distinction de ces 6 zones me paraît difficile à maintenir.

---

(1) COSSMANN et LAMBERT, *Mémoires Soc. géol. France*, 3<sup>e</sup> série, 3, 1884.

Le niveau d'Étrechy est caractérisé par *Perna Heberti* Cossm. et Lambert, espèce créée, et mal définie d'après les auteurs eux-mêmes, sur des fragments de coquilles; on n'en connaît encore aucun individu complet. L'unique espèce spéciale du niveau de Vauroux est *Cytherea Semperi* Mayer, qui n'est autre que *Cytherea subarata* Sandb. d'après Cossmann lui-même <sup>(1)</sup>. Or, cette dernière espèce existe dans les deux niveaux voisins de Morigny et de Pierrefitte. Étrechy et Vauroux n'ont donc, de par leur faune, aucune individualité.

Dans le niveau d'Ormoy, *Psammobia nitens* Desh. et *Cerithium abbreviatum* Braun seraient caractéristiques. Or, *Psammobia nitens* a été retrouvé à Pierrefitte et *Cerithium abbreviatum* n'est pour moi qu'une mutation très proche de *Cerithium Boblayi* Desh., espèce qui se rencontre dès la base du Stampien.

Malgré ses dix espèces spéciales le niveau de Morigny n'est guère mieux établi. Il faut d'abord éliminer trois espèces que j'ai pu recueillir à d'autres niveaux et quatre qui, dans le Bassin belge, se rencontrent durant tout le Stampien et même durant tout l'Oligocène. Ne restent que trois espèces : *Pileopsis Goossensi* Cossm. et Lambert, qui n'est connue que par une seule coquille; le type de Cossmann et Lambert, *Pleurotoma Parkinsoni* Desh. et *Bithinia jeurensis* Bezançon qui sont mal définies. Enfin les espèces à retenir à Jeurres doivent probablement leur localisation aussi étroite à l'influence d'un faciès peu profond et encore un peu saumâtre.

S'opposant à l'ensemble des niveaux inférieurs, la faune de Pierrefitte justifie par contre une coupure majeure.

Au total, je propose d'établir, au point de vue paléontologique, une division du Stampien en deux grands horizons seulement : un horizon inférieur avec les faunes de Jeurres et de Morigny, un horizon supérieur réunissant les niveaux de Pierrefitte et d'Ormoy. On peut alors pour ces deux niveaux principaux indiquer de bonnes espèces, spéciales à chacun d'eux, bien définies, abondantes et se retrouvant dans d'autres bassins oligocènes.

STAMPIEN INFÉRIEUR. — Indiquons d'abord les fossiles caractéristiques. On peut y citer : *Pectunculus angusticostatus* Lmk., *Panopæa Heberti* Bosq., *Crassatella Bronni* Mérian, *Turbo cancello-costatus* Sandb., *Lucina tenuistriata* Héb. Ces fossiles se retrouvent dans le Bassin de Mayence localisés dans le Meeressand, notamment à Alzey, ou dans le Bassin belge jusqu'au niveau de Berg seulement. A ces quelques espèces, il convient d'ajouter *Ostrea longirostris* Lmk.; avec une localisation stratigraphique très étroite, à la base de notre Stampien. Malheureusement cette espèce est aussi très localisée géographiquement dans le Bassin parisien et ne se trouve qu'aux alentours immédiats de Paris. Notons au passage qu'elle y est associée à *Ostrea*

---

(1) COSSMANN, *Revision sommaire de la faune du terrain oligocène marin aux environs d'Étampes*, Paris, 1891 (in-8°), p. 22.



*cyathula* Link. Mais la signification de ces deux huitres paraît bien différente : tandis qu'*Ostrea longirostris* est un fossile de niveau parfait, au moins dans le Bassin parisien, *Ostrea cyathula* est un fossile de faciès, apparaissant dans tous les dépôts transgressifs du Stampien.

En résumé au début du Stampien s'est produite une invasion du Bassin de Paris par les faunes marines oligocènes. Au centre se sont déposées les marnes à *Ostrea longirostris* ; au Sud la molasse d'Etrechy, que je crois un peu plus récente que les marnes à Huitres. La mer s'approfondissant légèrement, il s'est formé le falun de Jeures manifestant encore des influences saumâtres (Potamides, Lucines, Bythinies). Puis, le faciès devenant plus franchement marin et plus profond, se déposent les sables de Morigny ; enfin, d'autres sables sans fossiles. Tout cet ensemble faunistique est homogène. Ses seules modifications se lient à des variations de faciès, ou à l'apparition de variétés dues à une évolution sur place.

STAMPIEN SUPÉRIEUR. — Parmi les fossiles spéciaux à l'horizon supérieur, signalons à Pierrefitte : *Cardita Bazini* Desh., que je regarde comme une mutation de *Cardita Basteroti* Desh. de Gaas, *Venus* cf. *Aglaure* Brong., *Potamides Lamareki* Brong., *Marx ornatus* Grat., *Triton foveolatus* Sandb., *Cypræa petraeensis* Cassin. (cf. *C. subarcata* Braun), *Dinastoma Grateloupi* d'Orb. Il est impossible de faire dériver ces formes d'espèces ayant vécu au Stampien inférieur dans notre bassin. Leur présence ne peut se justifier non plus par des questions de faciès. Il s'agit d'une arrivée brusque d'organismes qui existaient antérieurement soit dans le Bassin de l'Adour (*Cardita Basteroti*, *Venus Aglaure*, *Dinastoma Grateloupi*), soit dans la mer d'Allemagne (*Potamides Lamareki*, *Triton foveolatus*, *Cypræa subarcata*, etc.), soit encore dans le Bassin belge.

La faune d'Ormy n'est que la faune de Pierrefitte, sans apport nouveau, légèrement évoluée, appauvrie et beaucoup moins nettement marine. En outre de considérations stratigraphiques sur lesquelles nous reviendrons, cette faune a cependant des caractères légèrement transgressifs, ne serait-ce que par l'abondance d'*Ostrea cyathula*.

GÉOLOGIE. — *Sur l'extension des mers paléozoïques en Asturies (Espagne).*

Note de M. G. DELÉPINE, transmise par M. Ch. Barrois.

Au cours de nouvelles recherches dans les Asturies, j'ai pu faire les observations suivantes <sup>(1)</sup> :

I. *Extension de l'horizon à Neofusulinella Bocki* Möller. J'ai relaté dans une Note antérieure la découverte de cet horizon à Rivadesella <sup>(2)</sup>. Je l'ai retrouvé sur la route d'Ariondas au Fito en deux points, où la partie supérieure du calcaire des cañons est ramenée par des plis isoclinaux qui longent à l'est le massif du Sueve : le premier point est situé à l'endroit où se détache le chemin vers Bodes; le second est un peu en aval de Cofiño; *Chaetetes radians* Fisch y forme un récif sous le niveau à fusulines.

Dans la vallée de Cabrales le calcaire avec *Neofusulinella Bocki* M. existe au sud d'Arenas, sur la route de Camarmeña. Je l'ai retrouvé à l'ouest d'Arenas, le long de la route vers Cangas, au point où un chemin monte vers Puertas. Cet horizon se trouve là, comme à Rivadesella, à quelques dizaines de mètres sous les formations schisto-gréseuses, avec calcaire argileux riche en brachiopodes, du Houiller de Cabrales.

On peut donc utiliser cet horizon à *Neofusulinella Bocki* comme repère stratigraphique dans tout le Carbonifère des Asturies.

II. *Nouveau gisement à Bilobites dans les grès Siluriens.* — Au nord d'Arenas, la route vers Arangas traverse la série entière du Carbonifère : calcaire blanc massif, calcaire noir dolomitisé, griottes, ceux-ci reposant sur un massif plissé fait de grès blancs et de schistes verdâtres. Ces grès m'ont fourni de nombreux spécimens de *Tigillites* et de *Bilobites* identiques à *Cruziana rugosa* d'Orb. du grès armoricain. Ces mêmes organismes ainsi que des *Scolithes* et des *Lingules* ont été découverts à l'ouest de Colombres dans les grès qui forment le soubassement du Carbonifère <sup>(3)</sup>. A Tornin, des grès semblables renferment *Scolithus linearis* Hall <sup>(4)</sup>. Par l'abondance de ces traces, comme par leurs caractères lithologiques, ces grès sont iden-

(1) Mes recherches ont pu être continuées en Asturies grâce à une subvention de l'Académie des Sciences sur le fonds Loutreuil (1931).

(2) *Comptes rendus*, 187, 1928, p. 502.

(3) P. H. SAMPelayo, *Discussion de algunos puntos de la Hoja geologica de Llanes*, Madrid, 1928, p. 10.

(4) BARROIS, *Mém. Soc. géol. du Nord*, 2, 1882, p. 548 et 531.

tiques à ceux de l'étage de Cabo Busto de Barrois et doivent être rattachés à l'Ordovicien, comme l'ont admis Cueto et Sampelayo. Au Sueve, sur ces mêmes grès reposent les schistes d'Angers <sup>(1)</sup>.

Ces grès forment l'ossature du Plateau côtier et des grands Massifs compris entre la vallée du Deva à l'est et celle du haut Nalon à l'ouest. Dans cette région on voit partout les griottes du Carbonifère reposer sur eux. En quelques points (au nord de Covadonga par exemple), on observe une certaine discordance entre les griottes et les grès ordoviciens.

III. *Extension du Dévonien.* — Un peu à l'est d'Oviedo, les formations du Dévonien s'intercalent entre l'Ordovicien et le Carbonifère, dans les vallées du Nalon, de la Truvia et de la Narcea. La découverte d'une faune givétienne à *Stringocephalus Burtini* Defr. dans la partie inférieure du Calcaire de Candas, montre que les grès à *Gosseletia* sont d'âge eifélien. Au Naranco et à Truvia, le Carbonifère repose directement sur ces grès eiféliens.

*Conclusions.* — Ces faits précisent en quelques points nos connaissances sur l'extension des mers paléozoïques dans les Asturies :

La région des Massifs élevés couvrant le centre et l'est de ce pays (Picos, Sueve, Peña mayor) a été émergée pendant le Dévonien et le commencement du Carbonifère.

La transgression du Dévonien n'a atteint que la partie ouest des Asturies. La mer dévonienne fut peu profonde : le caractère récifal des calcaires, la prédominance de sédiments arénacés au Dévonien moyen en sont des preuves <sup>(2)</sup>. Au Dévonien supérieur la mer s'est retirée. Seulement à la fin du Viséen une transgression nouvelle a couvert cette fois toute l'étendue des Asturies.

GÉOLOGIE. — *Essai de classification du Miocène supérieur et du Pliocène inférieur de Roumanie. La Transylvanie et le Banat.* Note de M<sup>lle</sup> S. GILLET, présentée par M. Ch. Jacob.

D'après mes excursions dans les diverses provinces de Roumanie et l'étude des collections locales, j'essaierai de classer le Miocène supérieur et le Pliocène inférieur, compte tenu des travaux parus ces dernières années.

Nous savons qu'au Volhynien (Sarmatique inférieur) s'est isolé en Europe

<sup>(1)</sup> SAMPELAYO, *op. cit.*, p. 11.

<sup>(2)</sup> BARROIS, *op. cit.*, p. 478.

orientale, aux dépens du bassin méditerranéen, un bassin saumâtre, le bassin sarmatique, qui s'étendait de Vienne jusqu'au Turkestan. Une faune uniforme peuplait cet immense lac-mer qu'on a pu diviser, à l'époque suivante, en bassin pannonique, bassin occidental et oriental de la mer Noire ou bassin dacique et euxin et en bassin caspique. D'après Andrusow et Laskarew, ces derniers communiquaient entre eux par des chenaux dont l'ouverture ou la fermeture ont influencé toute l'histoire de la faune.

La Transylvanie et le Banat font nettement partie du bassin pannonique, qui englobe aussi l'Autriche et la Hongrie actuelles, la Croatie, la Slavonie, la Bosnie et la Serbie occidentale.

En Transylvanie, le Volhynien affleure sur tout le Nord de la dépression transylvaine; dans le Banat, il affleure moins largement. Ses faciès sont très variés, avec, à l'Ouest, des calcaires, des argiles et des sables; au Sud, des grès. La faune est très pauvre et monotone (*Tapes gregaria*, *Ervilia podolica*, *Modiola marginata*, *Buccinum baccatum*, *Trochus pictus*, *Cerithium pictum*, etc.).

A la fin de cette époque, par suite de mouvements des Carpathes, le bassin pannonique s'isole, d'après Laskarew, par la fermeture du détroit des Portes de Fer, et l'on constate, dans presque tout le bassin pannonique, une émergence suivie d'un ravinement. On peut voir en Transylvanie, à Lopoldea Romàna, près d'Aiud, recouvrant le Volhynien sablo-marneux plissé, des conglomérats et des sables à stratification régulière. Ils contiennent, à côté de fossiles volhyniens et méditerranéens fortement roulés des fossiles en place de types sarmatique et pontique mélangés.

Si l'on suppose que la lacune s'est produite à la base du Bessarabien ou Sarmatique moyen <sup>(1)</sup>, on peut attribuer au Bessarabien supérieur ces conglomérats et sables de Lopoldea Romàna qui, dans la région de Sibiu (Hermannstadt), passent à des marnes plus ou moins sableuses. Les deux faciès contiennent une faune mixte : *Cerithium pictum*, *rubiginosum*, *Buccinum baccatum*, *Verneuilli*, *Trochus podolicus*, *Modiola volhynica*, *Cardium obsoletum* avec *Melania impressa*, *martiniana*, *Bouei*, *Congerina Partschi* et *triangularis*. Ce sont les *Zwischenschichten* de la région de Vienne qui se retrouvent dans presque tout le bassin pannonique <sup>(2)</sup>. Je n'ai pas rencontré, en Transylvanie, les marnes blanches dénommées par Gorja-

---

(1) Les auteurs autrichiens admettent une lacune pour tout le sommet du Sarmatique. Laskarew n'en admet pas.

(2) Elles n'ont pas été signalées dans le Banat.



novici-Kraumberger marnes prépontiques et citées par Koch en cette région. Elles existent en plusieurs points de Croatie et à Belgrade, sur les bords de la Save, avec des espèces d'eau douce et des *Limnocardium* de type volhynien. C'est un faciès latéral des *Zwischenschichten*.

Le niveau suivant, qu'on peut homologuer au Sarmatique supérieur ou Chersonien, comprend, en Transylvanie, une nouvelle série de sables et conglomérats à faune entièrement pontique (*Congerina Partschi*, *ornithopsis*, *Czjeki*, *Melania vindobonensis*, *martiniana*, *impressa*), espèces qu'on trouve à la même époque dans la région de Vienne.

Dans le Banat, la même époque fournit des dépôts d'argiles brun chocolat à *Congerina Csimondyi* (espèce croate), dont la faune a été décrite par Halavats à Langenfeld (actuellement Campulung) et à Csukics (<sup>1</sup>). Au-dessus, des sables jaunâtres à *Congerina Partschi*, *Czsigmondyi*, *Czjeki*, offrent une faune, très voisine de la précédente, décrite par Halavats de Nikoline (<sup>2</sup>) avec, outre les espèces classiques du bassin pannonique, des *Limnocardiidés* descendants de formes volhyniennes.

Le Méotique doit être représenté, en Transylvanie, par les marnes à *Limnocardium Lenzi* et *Congerina banatica*, bien développées dans la région Medias, Blaj, Teius, Aiud. La faune, spéciale à la région, est liée au faciès. Ces marnes contiennent des intercalations sableuses à *Melanopsis*, semblables à celles de l'époque précédente (conglomérat de *Copsa Mica*).

Dans le Banat, des sables jaunes, très fossilifères dans la localité classique de Radmanest près de Lugos, contiennent *Congerina Partschi*, *Czygmondyi*, *triangularis* etc. et des espèces croates et hongroises. Ce niveau correspond aux couches à *Congerina subglobosa* et *spatulata* de la région de Vienne et de la Serbie occidentale.

Le lac-mer était comblé au Pontien s. str. en Transylvanie, comme dans la région viennoise. Dans le Banat, le Pontien est représenté par des sables jaunes avec des *Budmannia* (*B. Semseyi*) et d'autres gros *Cardiidés* (*Limnocardium Schmidtii*) identiques à ceux de Croatie. Ils contiennent en outre *Congerina rhomboidea*, espèce commune à tout le bassin pannonique et *C. ungulacaprae*, espèce hongroise. Les gisements de Kustély (actuellement en Yougo-Slavie) et Tirol (autrefois Kiralikegie ou Koenigsgnad) ont été décrits par Halavats. Le deuxième fournirait encore une faune abondante s'il était de nouveau exploité.

(<sup>1</sup>) Les gisements sont actuellement disparus.

(<sup>2</sup>) J'ai recueilli des fossiles en abondance dans le village même.

A l'époque suivante ou Dacien, on n'a plus que des sables et galets fluviatiles <sup>(1)</sup>. Cependant, dans le bassin de Brasov (Kronstadt) où le méotique est représenté par des dépôts à lignite, le Dacien présente deux faciès latéraux, d'après Jekelius : Les marnes à *Limnocardium Fuchsi* (espèce locale) et les sables à *Dreissencia Munsteri* et petits Prosodacnes, espèces locales accompagnées de nombreuses Vivipares <sup>(2)</sup>.

GÉOLOGIE. — *Les subdivisions de la nappe de l'Ubaye dans le massif du Morgon (Alpes françaises)*. Note de M. D. SCHNEEGANS, présentée par M. Ch. Jacob.

Le massif du Morgon domine au Sud-Ouest la vallée de l'Ubaye et au Nord la large dépression de la Durance. La continuité des affleurements des terrains secondaires et l'amplitude des empilements d'écailles ont fait considérer cette montagne comme la clef de la connaissance stratigraphique et tectonique de la nappe de l'Ubaye. E. Haug a proposé en 1912 une synthèse tectonique et stratigraphique de cet ensemble, en tenant grand compte de l'ordre de superposition des écailles. Par cette méthode, il a été amené à définir cinq nappes superposées, qu'il considère en 1925 plutôt comme des digitations d'une même nappe.

Mes observations détaillées dans le massif du Morgon m'ont obligé à modifier le schéma de E. Haug. Je distingue dans la nappe de l'Ubaye les unités suivantes en allant des plus externes aux plus internes :

I. *Les écailles parautochtones*. — La lame de Tithonique et de Berriasien du Fort Saint-Vincent a déjà été décrite par Haug et Kilian comme un « copeau » de terrains à faciès dauphinois arrachés par la nappe à son substratum autochtone. Le coussinet de Flysch calcaire qui supporte la nappe au-dessus de la ferme de Roche Rousse doit sans doute avoir la même position tectonique. L'écaille, qui se trouve pincée entre le Trias de la nappe et les *terres noires* dans l'escarpement rocheux qui domine à l'Est le village de Saint-Sauveur, comprend à la base des calcaires du Sénonien en petits bancs de teinte claire, surmontés par des microbrèches et des cal-

---

(1) Ces derniers auraient fourni des petits Prosodacnes dans la région de Zalau, d'après des renseignements oraux de M. Mateescu.

(2) Les deux faciès ont fourni *Mastodon Borsoni* et *arvernensis*.

caires à petites Nummulites du Bartonien. Ce sont là des faciès décrits par M<sup>me</sup> Y. Gubler dans le substratum autochtone au Sud de l'Ubaye.

II. *Le faisceau d'écailles du Morgon.* — Par des comparaisons entre les coupes stratigraphiques des nombreuses écailles qui constituent le massif du Morgon, je suis arrivé à la certitude qu'il s'agit du reploiement en cascades d'une seule lame de terrains secondaires, dont les écailles actuellement observables ne sont que les têtes de plis pincées dans le Flysch et des lambeaux entraînés dans ce dernier lors de la progression de la nappe ou isolés par l'érosion. Les caractères stratigraphiques de ce faisceau d'écailles seront indiqués dans une Note ultérieure. Comme l'ont fait remarquer Haug et Kilian, on y observe des faciès de passages avec la série autochtone du ravin de Terres-pleines près de Jausiers.

Au Sud de l'Ubaye, les écailles de la « zone externe », minutieusement étudiées par M<sup>me</sup> Y. Gubler, sont certainement la prolongation de celles du Morgon. Le fait que le Lias ne s'y présente qu'à l'état sporadique s'explique à mon sens par un décollement de ces séries mésozoïques au niveau des brèches bathoniennes. La série de Morgon a été arrachée par contre à la base des gypses et cargneules triasiques. A part cette différence, les autres terrains montrent de part et d'autre de la vallée de l'Ubaye une concordance remarquable.

III. *Le pli couché du Caire, les Séolanes et le Chapeau de Gendarme.* — Cette unité groupe, au Sud de l'Ubaye, les masses imposantes des Séolanes et du Chapeau de Gendarme. Elle se prolonge dans le pli couché du Caire, magnifiquement dessiné au-dessus de Chaudon. Le Trias comprend, comme dans les écailles précédentes, des argilolites rouges. Au-dessus du Rhétien vient le Lias à Gryphées surmonté par un complexe de brèches et de micro-brèches qui envahit le Lias et le Jurassique moyen aussi bien dans le cœur du pli du Caire que dans le Chapeau de Gendarme. Comme l'ont reconnu Haug et Kilian, c'est le Tithonique coralligène qui est le faciès caractéristique de la série. Cette zone correspond à la Nappe II de Haug, à l'exclusion de la lame de terrains secondaires qui se suit du Bois de Morgon jusqu'à Saint-Sauveur et que je place dans l'unité suivante. Ainsi définie, la présente zone correspond à un seuil de sédimentation ou cordillère, qui a séparé l'aire des faciès externes de celle des faciès briançonnais proprement dits.

IV. *L'Escouréous et les cicatrices qui s'y rattachent.* — La cicatrice de Jausiers se suit vers l'Ouest jusqu'à l'Escouréous. Les calcaires qui constituent cette cime ne sont pas posés sur le Flysch à Helminthoïdes comme

l'indique la carte géologique de Gap, mais ils supportent ce dernier à l'Est, et reposent sur le Flysch calcaire et le Flysch noir des unités précédentes. Vers le Nord cette écaille se prolonge par une ligne presque continue d'écailles qui se suivent horizontalement à la base du Flysch à Helminthoïdes, en contournant les vallons des Orres, pour aboutir à la Plâtrière au-dessus de Saint-Sauveur. Au Sud de la Fenêtre à Barcelonnette les écailles du Queyroun et de Ventebrun appartiennent à cette unité. L'apparition sur une grande épaisseur des calcaires à Diplopores, ainsi que la disparition progressive des schistes rouges du Trias, marquent que l'on a ici une série stratigraphique d'affinité briançonnaise. En se rapprochant de la région d'enracinement aux environs de Jausiers ou dans le cirque de Restefond à Roche Chevalière, le Permien à faciès *verrucano* et les quartzites du Trias viennent s'intercaler à la base de la série. Le Lias est très réduit, souvent même absent comme dans le Briançonnais septentrional. Le Bathonien présente un faciès oolithique à Rhynchonelles. Les marno-calcaires à *Cancellophycus*, le Jurassique supérieur marmoréen rose, le Crétacé inférieur à *Aptychus* s'y observent également.

Il est probable que les grandes masses charriées du Pic de Chabrières appartiennent aux portions frontales de cette unité. Celle-ci est sans doute la seule de la nappe de l'Ubaye dont il faille chercher la racine dans la région de Larche. Dans une publication plus étendue je chercherai à préciser les relations qui existent entre les faciès de la nappe de l'Ubaye et ceux des zones de l'Embrunais ou du Briançonnais.

PALÉONTOLOGIE. — *Sur la place des Trionyx dans la classification des Chéloniens*. Note de M. F.-M. BERGOUNIOUX, présentée par M. Ch. Jacob.

La plupart des auteurs, qui durant ces dernières années se sont occupés de la classification des Chéloniens semblent ne pas avoir attaché une importance suffisante à tout un groupe de tortues paludines, nettement caractérisées par l'absence de tout revêtement dermique de nature cornée et chez lesquelles ce revêtement est remplacé par une peau coriace et plissée, dont l'empreinte laisse sur l'armure osseuse des fossiles des vermiculations profondes et très typiques. Il est vrai de dire que ces tortues, correspondant à la famille des Trionychidés, forment de nos jours un groupe peu nombreux, qui, dans le catalogue de Boulenger (<sup>1</sup>), ne

(<sup>1</sup>) BOULENGER, *Catalogue of the Chelonians, Rhynchocephales and Crocodiles in the British Museum*. London, 1889.



comprend que 6 genres et 25 espèces. Par contre, dans une étude récente, Hummel <sup>(1)</sup>, révisant la famille, met en évidence l'importance des Trionychidés au cours des temps géologiques.

Pour s'en tenir aux formes ayant fait l'objet d'une détermination spécifique, on ne compte pas moins de 138 espèces de Trionyx, se répartissant dès le Crétacé supérieur dans les formations nord-américaines et passant en Europe à l'Éocène. Encore convient-il d'ajouter à cette nomenclature un grand nombre de formes françaises dont l'étude est en cours.

Pour le seul Bassin d'Aquitaine, la plupart des grands gisements tertiaires renferment des restes de Trionyx et j'ai décrit déjà le genre *Allæochelys* du Bartonien du Castrais <sup>(2)</sup>, qui présente des caractères importants au point de vue de la systématique. Ceux-ci permettent d'infirmer l'opinion de Baur quant à l'origine du groupe. Baur pensait que les Trionyx proviennent d'ancêtres possédant une bordure marginale bien développée et s'atrophiant de plus en plus. J'ai montré antérieurement que chez *Allæochelys* on assistait au contraire au développement de la bande marginale, qui se retrouve complète dans la famille des Carettochelydés, placée à tort parmi les Pleurodires et qui par l'ensemble de ces caractères se rattache incontestablement aux Trionyx. On se trouve donc en présence d'un groupe nettement différencié par sa morphologie, son genre de vie et sa très grande extension géographique, puisque depuis le Crétacé supérieur on le rencontre à peu près sur tous les points du globe<sup>3</sup> : Amérique, îles de la Sonde, Inde, Europe et Afrique.

Comme, d'autre part, les Trionyx se séparent à la fois des Cryptodires et des Pleurodires, il semble légitime de leur attribuer une place spéciale dans la classification des Chéloniens técophores et de les mettre en opposition avec toutes les autres formes possédant un revêtement dermique corné. C'est ainsi qu'un certain nombre de genres, tels qu'*Anostira* Leydy, *Trachyaspis* v. Meyer, devront, du fait de leurs écussons cornés, désormais ne plus faire partie des Trionychidés, tandis que d'autres, tels que *Pseudotrionyx* Dollo, *Gastresia* de Stefano <sup>(3)</sup>, devront leur être rattachés.

Le nom de *Gymnodermes* proposé pour les Trionichydés et celui de *Lépidodermes* donné aux autres groupes de Técophores semblent bien marquer cette opposition.

<sup>(1)</sup> K. HUMMEL, *Die fossilen Weichschidkröten* (Trionychia) (*Geol. u. Palaeont. Abhandl.*, 16, Iéna, 1929).

<sup>(2)</sup> *Bull. Soc. Hist. Nat. de Toulouse*, 61, 1931, p. 161-182.

<sup>(3)</sup> F.-M. BERGOUNIOUX, *C. R. Soc. géol. Fr.*, fasc. 13, 1932, p. 184-185.

Dès lors la classification générale des Chéloniens se présente d'une façon simple et parfaitement dichotome, suivant le petit tableau ci-après :

<i>Athèques</i> (squelette absolument indépendant de la carapace).	
<i>Técophores</i> (squelette faisant partie de la carapace).	<i>Gymnodermes</i> (pas de revêtement corné).
	<i>Cryptodires</i> (cou rétractile par courbure sigmoïdale de la région cervicale; bassin relié à la carapace par une suture ligamentaire).
	<i>Pleurodires</i> (cou non rétractile; bassin relié à la carapace par une suture osseuse).
	<i>Lépidodermes</i> (revêtement corné).

PHYSIQUE DU GLOBE. — *Recherches sur l'anomalie magnétique au sommet du Puy de Dôme*. Note <sup>(1)</sup> de M. J. COULOMB, présentée par M. Ch. Maurain.

L'anomalie magnétique de plus fort gradient qu'on ait étudiée en France est celle du Puy de Dôme. Brunhes et David l'on explorée en 1902 <sup>(2)</sup>. Nous avons repris son étude et, dans l'ensemble, retrouvé l'énorme anomalie : au voisinage du sommet, la déclinaison varie régulièrement de 6° sur 150<sup>m</sup>, l'intensité horizontale de 1/40 gauss sur 260<sup>m</sup>. Quant à l'inclinaison et à la composante verticale, leurs variations sont rendues tout à fait irrégulières par les moindres accidents du terrain magnétique.

On peut, avec Brunhes, décomposer le champ horizontal en un champ normal uniforme et en un champ perturbateur radial, centripète, fonction croissante de la distance au sommet.

Inversement une telle distribution, qui doit se retrouver sur tout dôme magnétique, explique bien les aspects les plus frappants des diverses lignes isomagnétiques (symétries approximatives, concavité vers le sommet en son voisinage). Le champ normal peut être considéré comme la somme du champ absolument normal obtenu par extrapolation du réseau français, et

<sup>(1)</sup> Séance du 19 décembre 1932.

<sup>(2)</sup> Voir surtout *Journ. de Physique*, 4<sup>e</sup> série, 2, mars 1903, p. 202-205.

d'un champ d'environ 0,008 gauss dirigé vers l'Ouest pouvant provenir des terrains magnétiques voisins.

Brunhes rendait compte de l'anomalie par le magnétisme rémanent de la domite <sup>(1)</sup>, contrairement à la théorie généralement appliquée du magnétisme induit. Sa démonstration avait fait quelque impression <sup>(2)</sup>. A vrai dire nous n'avons pas retrouvé les remarquables coïncidences qu'il enregistrait. Il semble nécessaire d'admettre une aimantation moyenne de la montagne supérieure à celle des échantillons superficiels. Cependant il est difficile d'y voir un effet d'aimantation induite : quelques déterminations qu'a bien voulu nous communiquer M. G. Grenet montrent que celle-ci est dix fois plus faible que l'aimantation rémanente dans les échantillons les plus favorables.

Par ailleurs, le champ perturbateur a varié depuis 30 ans. Mais cette variation se répartit curieusement au voisinage du sommet. Nulle à l'Ouest et faible au voisinage, elle est, dans les autres directions, positive près du sommet, devenant très vite négative et très grande lorsqu'on s'en éloigne. En certains points le champ perturbateur a diminué de moitié. La variation avec la distance est de forme analogue en 1902 et 1932 : les courbes représentatives paraissent seulement déplacées dans leur plan. Nous ne pouvons encore donner d'interprétation correcte de ces derniers résultats.

Les cartes, tableaux et démonstrations seront publiés dans un autre Recueil.

**Océanographie. — Recherches sur les phénomènes sous-marins de la baie de Villefranche-sur-Mer.** Note <sup>(\*)</sup> de M. **IDRAC**, présentée par M. J.-B. Charcot.

Parmi les phénomènes sous-marins dignes d'intérêt que présente la Méditerranée, la rencontre périodique d'animaux pélagiques dans la rade de Villefranche-sur-Mer est un des plus curieux. Un laboratoire a été installé dans ce but depuis de nombreuses années, mais l'étude des courants et l'océanographie physique de cette baie sont encore à faire. C'est pourquoi nous en avons entrepris l'étude.

---

<sup>(1)</sup> *Journal de Physique*, 4<sup>e</sup> série, 5, 1906, p. 721.

<sup>(2)</sup> Voir par exemple J. G. KOENIGSBERGER, *Terrestrial Magnetism*, 35, III, 1930, p. 45.

<sup>(\*)</sup> Séance du 19 décembre 1932.

Dans ce but, nous avons employé le thermomètre enregistreur sous-marin décrit dans une Note du 28 décembre 1931, qui permet l'étude des mouvements verticaux lents des couches sous-marines : l'expérience montre, en effet, que des couches d'eau superposées de densité décroissante ne se mélangent qu'au bout d'un temps excessivement long. Prenons un cas concret : celui de couches d'eau de mer dont la température décroît de  $1^{\circ}$  par  $50^m$  de profondeur. Si une perturbation se produit, le point primitivement sur la droite CD sera reporté de A en A', et la température de A, qui était primitivement de  $15^{\circ}$  par exemple, sera, si  $AA' = 3^m$ , de

$$15^{\circ} - 1^{\circ} \times \frac{AA'}{A'A''} = 15^{\circ} - 1^{\circ} \times \frac{3}{50} = 15^{\circ} - 0^{\circ},06.$$

Une augmentation de hauteur de  $3^m$  se traduira donc par une diminution de température de  $0^{\circ},06$  au point fixe. Un thermomètre enregistreur très sensible doit donc permettre de relever les variations instantanées de niveau sous-marin, à condition d'y adjoindre des relevés pris de temps à autre de la répartition verticale des températures.

En plus, nous avons utilisé un appareil enregistreur de courants sous-marins, analogue à celui décrit dans la Note du 16 avril 1928, mais doué d'une sensibilité beaucoup plus grande pour les courants faibles.

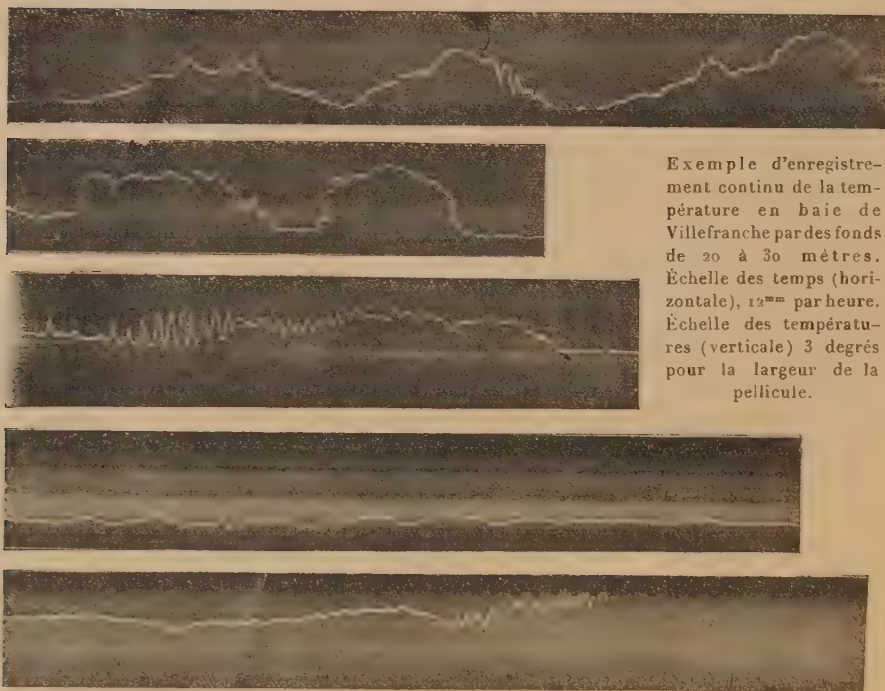
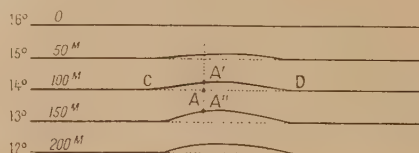
Les appareils ont été disposés en divers points de la baie de Villefranche, amarrés à des barques ancrées par des fonds variables. Les travaux, commencés il y a un an avec l'aide du laboratoire zoologique russe, ont fait entre autres l'objet d'une étude continue du 30 août au 20 septembre 1932.

Nous donnons ci-après quelques extraits des courbes obtenues à des profondeurs de 20 à  $30^m$ . On voit combien diverses sont les variations de température. Elles sont l'objet d'oscillations plus ou moins irrégulières, avec des périodes variables de l'ordre de plusieurs heures, parfois en harmonie avec les marées, comme dans le cas de ces marées sous-marines découvertes par Peterson dans les fjords de Norvège et la mer Baltique. Mais le fait le plus curieux est l'existence d'oscillations de courte durée (d'une période de 3 à 10 minutes), qui prennent le saisissant aspect de vagues et dont la cause paraît, pour l'instant, tout à fait mystérieuse : elles ne sont, en effet, nullement en rapport avec l'agitation superficielle de la mer. Ainsi, les ondes du 5<sup>e</sup> fragment reproduit (malheureusement incomplètement enregistrées, se trouvant sur le bord de la pellicule) se sont produites par temps rigoureusement calme, etc.

La répartition verticale des températures permet de déterminer la hau-



teur de ces ondes : on trouve ainsi que les oscillations de grande durée ont des amplitudes variant de 2 à 8<sup>m</sup>, et les plus rapides, de quelques décimètres à 3<sup>m</sup>. Leur longueur d'onde et leur vitesse de propagation, non encore déterminées, feront l'objet d'une prochaine étude.



Exemple d'enregistrement continu de la température en baie de Villefranche par des fonds de 20 à 30 mètres. Échelle des temps (horizontale), 12<sup>mm</sup> par heure. Échelle des températures (verticale) 3 degrés pour la largeur de la pellicule.

Les courants horizontaux sous-marins se sont montrés faibles pendant cette période et n'ont guère dépassé 10<sup>cm</sup> par seconde. Néanmoins, une période en concordance avec les marées ou leurs multiples paraît pouvoir se dégager malgré de grosses irrégularités dues à des phénomènes accessoires (vent, courants extérieurs, etc.). La marée superficielle est

d'ailleurs totalement incapable d'expliquer de semblables courants; alors que les variations de niveau respectif des couches sous-marines, beaucoup plus considérables, permet de les expliquer.

Ces alternatives d'arrivée et de retrait des couches d'eau de température différente semblent rappeler en petit les phénomènes de transgressions marines étudiées par M. Le Danois et leur répercussion dans les mers fermées.

Ceci montre l'importance des mouvements sous-marins. Leur étude suivie paraît d'un grand intérêt pour la compréhension de la « dynamique des mers », encore très incomplètement connue.

BOTANIQUE. — *Cyanophycées vivant dans le thalle des Codium*. Note de M. PIERRE FRÉMY, présentée par M. P.-A. Dangeard.

M. Vouk <sup>(1)</sup> a signalé la présence de Cyanophycées dans le thalle des *Codium*. Les recherches que, depuis plusieurs mois, je poursuis sur cette question, en utilisant du matériel récolté à Banyuls par M. J. Feldmann, ont donné les résultats suivants :

1° Dans le thalle de *Codium diffforme* Kütz, entre les filaments, vivent quatre Cyanophycées de couleur rose-pêche : *Hydrocoleum coccineum* Gom., *Microcoleus Wuitneri* Frémy, n. sp., *Microcoleus codii* Frémy, n. sp., *Brachytrichia balani* Born. et Flah. fa. *purpurea* Frémy, n. fa. — *Hydrocoleum coccineum* avait été déjà trouvé par Thuret, à Antibes, dans des thalles de *Codium*. — *Microcoleus Wuitneri* présente les caractères suivants : filaments formés ordinairement d'un grand nombre de trichomes; trichomes épais de 1,2  $\mu$ , non atténués vers leur sommet; articles 3 à 5 fois plus longs que larges, non rétrécis aux articulations; cellule apicale à membrane supérieure arrondie, sans épaississement dépourvue de coiffe. — *Microcoleus codii* est très différent, ses filaments sont constitués par un petit nombre (4-8) de trichomes; ceux-ci, épais en moyenne de 4  $\mu$  ne sont pas atténués vers leurs extrémités; leurs articles, non rétrécis aux articulations, sont subcarrés ou jusqu'à deux fois moins longs que larges; leur cellule apicale, dépourvue de coiffe, est en forme de cône obtus. Chez ces deux espèces, ordinairement les gaines sont entièrement diffluentes. — Bornet et Flahault avaient déjà vu *Brachytrichia balani* dans des frondes de *Codium*, mais ils n'avaient pas

---

(1) *Comptes rendus*, 193, 1932, p. 491.

signale la teinte pourprée que j'ai observée non seulement sur les échantillons de Banyuls, mais aussi sur des échantillons vivant à Saint-Malo, dans le *Codium tomentosum*, que M. G. Hamel m'avait envoyés il y a quelques années. Ces *Brachytrichia* rouges que je désigne sous le nom de fa. *purpurea* ne diffèrent d'ailleurs du type que par leur couleur. Des fragments de leurs rameaux, dépourvus de poil et portant à leur base un hétérocyste, pourraient être facilement confondus avec des *Microchaete*.

2° Je n'ai jusqu'ici trouvé que deux Cyanophycées vivant dans le thalle de *Codium bursa* (L.) Ag. : *Hydrocoleum coccineum* et *Microcoleus Vouki* Frémy, n. sp. Cette dernière a la même teinte et le même aspect général que *M. Wulfenii*; cependant, elle en diffère très nettement par ses trichomes plus gros (1,6-1<sup>2</sup>, 8 au lieu de 1<sup>2</sup>, 2), longuement atténués vers leurs extrémités, et surtout par ses cellules apicales en forme de cône très aigu.

3° Apart *Brachytrichia balani* fa. *purpurea* ci-dessus mentionné, je n'ai pas encore observé de Cyanophycées véritablement endophytes de *Codium tomentosum* (Huds.) Stackh. Celles que j'ai vues dans les thalles de cette algue [*Oscillatoria nigro-viridis* Thw., *Lyngbya confervoides* C. Ag., *Lyngbya lutea* Gom. (formes à trichomes d'épaisseur variant entre 3-6<sup>2</sup>, parfois vaguement rougeâtres, à gaines plus ou moins épaisses), *Calothrix crustacea* Thur., fragments de trichomes ou plantes mal évoluées semblant appartenir aux g. *Oscillatoria*, *Lyngbya*, *Anabena*] paraissaient ne s'y trouver qu'accidentellement. Mais, dans la région corticale, sur les filaments, vivaient un petit nombre d'individus de deux *Lyngbya* rouges : *L. (Leibleinia) gracilis* Rab., *L. (Leibleinia) Agardhii* Gom., qu'on retrouve sur nombre d'autres algues marines; et, au sommet des utricules, était fixé un autre *Lyngbya*, d'un vert érugineux pâle : *Lyngbya infixa* Frémy n. sp. qu'on peut définir sommairement comme il suit : Filaments fixés par leur base, épais de 2-2<sup>2</sup>, 8; gaines très minces, incolores, difficilement visibles; articles ordinairement moins longs que larges, longs de 1-2<sup>2</sup>, cloisons bien visibles, non granuleuses; cellule apicale à membrane supérieure arrondie, sans coiffe. Cette espèce vit aussi sur *Udotea petiolata* (Turra) Börg. et sur les filaments de *Lyngbya sordida* Gom.

En résumé, à la suite de mes recherches, il est actuellement établi que cinq Cyanophycées au moins (*Microcoleus Wulfenii*, *M. codii*, *M. Vouki*, *Hydrocoleum coccineum*, *Brachytrichia balani* fa. *purpurea*) peuvent vivre librement à l'intérieur des thalles de différents *Codium*, et que trois autres (*Lyngbya gracilis*, *L. Agardhii*, *L. infixa*) sont plus ou moins étroitement fixées sur leurs filaments corticaux.

BOTANIQUE. — *Sur les premiers cloisonnements du zygote des Fougères leptosporangiées.* Note de M. A. VLADESCO, présentée par M. Molliard.

A la suite des recherches de Hofmeister, Hanstein et Kienitz-Gerloff on admet que les premières divisions de l'œuf des Fougères leptosporangiées présentent une grande régularité et qu'il y a une relation obligatoire entre ces cloisonnements et la séparation des organes végétatifs. Une première paroi, perpendiculaire à la direction longitudinale du prothalle, ou légèrement inclinée, partage l'œuf en un hémisphère antérieur et un postérieur. La deuxième paroi sépare dans chaque hémisphère un quadrant supérieur et un inférieur, attribués respectivement à la tige et à la première feuille dans l'hémisphère antérieur, au pied et à la première racine dans l'hémisphère postérieur. Ensuite par une troisième paroi perpendiculaire aux deux premières l'œuf est partagé en octants.

Kny, Vouk et Leitgeb ont observé (respectivement chez *Ceratopteris thalictroïdes*, *Asplenium Shepherdii*, et *Marsilia quadrifolia*) que dans certains cas il peut y avoir inversion dans l'ordre d'apparition des parois quadrante et octante. Deux cas analogues ont été cités accidentellement par Shaw (1898) chez *Onoclea sensibilis* et par Rogers L. (1926) chez *Lygodium palmatum*. Mais ces observations, qui ne s'accordaient pas avec les interprétations données, ont été généralement regardées comme des anomalies, car les traités classiques pour la plupart n'en font pas mention ou considèrent la succession des premières parois comme restant à préciser.

Récemment P. Becquerel <sup>(1)</sup> observe que dans des germinations d'*Aspidium Filix-mas* obtenues en solution minérale « l'embryon, après un certain nombre de bipartitions de l'œuf, ne se partage pas en quatre quartiers cellulaires » produisant respectivement la tige, la feuille, le pied et la racine; mais l'auteur ne donne aucune indication sur les premiers cloisonnements.

L'étude embryogénique de différentes espèces de Fougères nous permet de préciser la manière dont ces premiers cloisonnements s'effectuent chez *Aspidium Filix-mas*, *Gymnogramme sulphurea*, *Lygodium japonicum* et *Aneimia Phyllitidis*. Les prothalles portant des archéogones fécondés depuis

---

(1) PAUL BECQUEREL, *Comptes rendus*, 192, 1931, p. 1265.



peu de temps ont été fixés aux liquides de Bonin ou de Regaud, puis inclus dans la paraffine et sectionnés suivant des orientations bien définies. Chez toutes ces espèces, développées, soit sur terre de bryum stérilisé, soit en solution de Knop, le zygote subit une première division par une paroi perpendiculaire à la direction de croissance du prothalle, ou légèrement inclinée vers l'apex de celui-ci du côté du col de l'archégone. C'est la paroi basale séparant une cellule antérieure ou épibasale et une postérieure ou hypobasale. Elles peuvent apparaître comme deux hémisphères, mais le plus souvent la cellule hypobasale est plus grande. Cette première paroi se montre donc comme dans tous les cas décrits jusqu'à présent, mais il n'en est pas de même des deux suivantes. Nous avons observé en effet que chez *Gymnogramme sulphurea* et *Lygodium japonicum* la paroi médiane des octants, précède toujours la paroi transverse, dite quadrante. Il en résulte dans chaque hémisphère deux quadrants juxtaposés dans le plan du prothalle au lieu de deux quadrants superposés. Si l'on admettait la signification généralement attribuée aux quadrants, chacun de ceux-ci, au lieu de correspondre à la totalité d'un seul organe, représenterait la moitié de deux organes différents. D'autre part, chez *Ammon Pteridium*, dont quatre embryons seulement se trouvaient au stade quadricellulaire, l'hémisphère épibasal se divise par une paroi médiane, tandis que l'hémisphère hypobasal prend une cloison transverse. Le cas de l'*Aspidium Filix-mas* est encore plus intéressant, cette espèce ayant servi aux recherches de Holmeister. Dans cette Fougère comme dans les précédentes, l'apparition des premiers cloisonnements ne s'effectue pas suivant le schéma devenu classique. Dans presque tous les embryons de cette espèce que nous avons observés, la paroi médiane précède la paroi transverse dans les deux hémisphères, à l'exception d'un cas où cette succession est réalisée seulement dans la partie épibasale. L'hémisphère hypobasal se cloisonnant suivant l'ordre inverse. Dans deux autres embryons, l'hémisphère antérieur ne présente encore que la cloison médiane, tandis que les octants sont déjà formés dans l'hémisphère postérieur où il est, par conséquent, impossible de déterminer l'ordre de succession des cloisonnements.

En résumé, quoique nos observations portent sur un nombre élevé d'embryons, fixés aux stades envisagés ici, aucune des espèces étudiées ne nous a fourni un seul cas où les cloisons quadrante et octante se soient succédées conformément au schéma des anciens auteurs. Il en résulte que l'importance attribuée aux premiers cloisonnements dans le déterminisme embryonnaire des futurs membres de la plante n'est pas justifiée.

MÉTAMORPHOSE. — *Onchopeltus asperatus* sur l'Étiologie viciosa (Junc. l'Étiol.).  
Note de M<sup>re</sup> DZUNG TSIN WANG, présentée par P. A. Dangeard.

Le champignon se développe sur un grand nombre de Caryophyllées. Nos observations exposées dans cette Note ont porté sur le parasite du *Linum catharticum* L. Des lésions furent provenant de poils cuticulés de ce linum et en l'absence de l'Étiologie viciosa à divers stades de leur développement, et les préparations exposées à l'Étiologie viciosa de Heidénhain.

Les hyphes mycéliennes se rencontrent un peu partout dans les différentes parties de la fleur, mais se développent plus abondamment dans les organes de reproduction. L'ovaire est rasé de bonne heure et cesse rudimentaire. Les anthères peuvent atteindre leur taille normale, mais les sacs polliniques sont localement le siège de la sporulation du champignon.

Les éléments mycéliens sont beaucoup plus chlamydiales que les cellules hôpitalières et ils sont en voie de régression est posé au point pour ces dernières. Le mycelium soit dans les espaces intercellulaires, soit dans les cellules elles-mêmes. De place en place, il se forme des sacs mycéliens, cylindriques ou globuleux, le plus souvent simples, rarement ramifiés. Ils entrent dans les cellules soit par simple pénétration, soit par invagination. Dans ce dernier cas, on peut voir une zone claire entre le mycelium et le cytoplasme. La structure du mycelium se peut être observée que dans les préparations très décolorées. Les cellules mycéliennes sont soit des plasmodesmes sans régularité, et les autres présentent un ou deux noyaux.

Les modifications qui se produisent dans les cellules hôpitalières, sont moins observables dans les organes de reproduction, surtout dans les anthères. Les autres parties de la fleur se développent normalement, le mycelium y étant peu abondant. Dans les cellules de l'épiderme, le cytoplasme se contracte progressivement, devient de plus en plus chlamydial et l'on n'y trouve plus tard que des zones chlamydiales qui finissent par disparaître. Dans les très jeunes ovaires, le mycelium est peu abondant et localisé à la base des filaments sacs polliniques ou la plupart des cellules de l'ovaire parasité sont en pleine activité, les minuscules se font rudimentaires, quelques-unes seulement entrent en dégradation. Dans les sacs polliniques différenciés, beaucoup de cellules-mères sont atteintes par le parasite, leur contenu altéré et leur par disparition.

Les éléments mycéliens qui doivent sporuler se multiplient dans les

sacs polliniques, et leur membrane devient épaisse et gélatineuse. Il se forme plus tard un nombre de pelotons indéterminé dont les hyphes se cloisonnent de façon que chaque article renferme deux noyaux. Les articles ainsi formés s'arrondissent de plus en plus et les deux noyaux se fusionnent; en outre, leur membrane se double et s'orne d'un réseau à la maturité.

La germination des chlamydospores et les cultures ont été réalisées comme pour l'*Ustilago hordei* <sup>(1)</sup>. D'après nos observations, la première division du noyau double se fait toujours dans la chlamydospore avant ou après la production du promycélium. Généralement, l'un des deux noyaux-fils passe dans le promycélium avant d'effectuer la deuxième division, parfois les deux noyaux se divisent pour la deuxième fois dans la spore. La réduction chromatique qui a lieu au cours de la première division du noyau double, et les divisions nucléaires qui procèdent par mitose typique, se font de la même manière que chez l'*Ustilago hordei* (*loc. cit.*). Le nombre de chromosomes est aussi de deux pour les noyaux haploïdes de cette espèce.

Le promycélium qui se détache de bonne heure de la chlamydospore est généralement cloisonné en trois, rarement en quatre cellules uninucléées, produisant au sommet et près des cloisons des sporidies également uninucléées. Une chlamydospore peut donner naissance à plusieurs promycéliums en même temps ou successivement à mesure que les plus vieux se détachent. Les sporidies, qui se multiplient indéfiniment par bourgeonnement, n'ont pas donné de mycélium dans nos cultures où nous avons observé des anastomoses variables mais peu nombreuses, entre deux sporidies, entre deux cellules promycéliennes, ou entre une sporidie et une cellule promycélienne.

Nous avons vu que le mycélium dans la plante hôte n'est pas régulièrement constitué de cellules binucléées et que celles-ci ne se forment qu'au dernier stade de développement du champignon dans les sacs polliniques, immédiatement avant la sporulation. Il est donc évident que les anastomoses entre les cellules sporidiales ou promycéliennes sont de nature purement végétative et que le seul phénomène qui puisse représenter l'action sexuelle, c'est la fusion de deux noyaux dans les jeunes chlamydospores <sup>(2)</sup>.

---

(<sup>1</sup>) D.-T. WANG, *Observations cytologiques sur l'Ustilago hordei* (Pers.) Kell. et Sw. (*Comptes rendus*, 193, 1932, p. 1041-1044).

(<sup>2</sup>) P.-A. DANGEARD, *Recherches sur la reproduction sexuelle des champignons* (*Le Botaniste*, 111, 1892, p. 221-281).

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Sur l'azote, le soufre, le phosphore, le potassium des feuilles de Prunus Laurocerasus au moment de leur chute.* Note M. E. MICHEL-DURAND, présentée par M. M. Molliard.

On sait que les feuilles, en automne, perdent avant leur chute une partie des principes minéraux et organiques qu'elles contenaient. L'azote et le phosphore disparus des feuilles ayant été retrouvés dans l'axe végétatif, la migration automnale de ces deux éléments devient un fait acquis pour les arbres à feuilles caduques.

L'état actuel de nos connaissances ne permet pas de généraliser ces résultats et de les étendre soit aux autres éléments minéraux des feuilles annuelles et, bien moins encore, aux feuilles persistantes.

Le but de ce travail est de fournir quelques renseignements sur la façon dont se comportent l'azote, le soufre, le phosphore, le potassium dans les feuilles persistantes du Laurier-cerise au moment de leur chute, en prenant comme terme de comparaison les feuilles de Châtaignier. J'ai utilisé comme constante de comparaison la demi-feuille, pour la minéralisation des tissus la méthode de destruction nitrique contrôlée (R. ÉCHEVIN, *Rev. gén. Bot.*, 43, 1931). Un essai de séparation des différentes formes de soufre et de phosphore a été tenté.

Voici les résultats obtenus. Si l'on désigne par 5 les quantités absolues des substances considérées contenues : dans la feuille verte caduque au début de septembre, dans la feuille verte persistante au début de février, on retrouve dans les feuilles tombées :

	Substance sèche.	Soufre.	Potassium.	Azote.	Phosphore.
F. brunes de Châtaignier (1).....	4	3,7	3	2,1	1
F. jaunes de Laurier-cerise (1)....	4,3	5	3	2	4

Dans ce tableau, pour être complet, devraient figurer les différentes formes d'azote, de soufre, de phosphore telles qu'elles résultent de mes analyses et qui seront publiées ultérieurement. Pour être bref je me bornerai à signaler que, si l'on compare dans les tableaux d'analyse les formes sous lesquelles le soufre et le phosphore figurent, d'une part dans les

(1) Il s'agit de feuilles de Châtaignier tombées en novembre; les feuilles de Laurier-cerise ont été récoltées immédiatement après leur chute, d'avril à septembre.



feuilles vertes, d'autre part dans les feuilles tombées des deux espèces étudiées, on constate dans ces dernières une diminution de la forme protéique, une augmentation correspondante de la forme soluble.

Le phosphore des feuilles de Laurier-cerise présente à ce point de vue un intérêt tout particulier. La moitié du phosphore protéique disparaît dans la feuille jaune, mais la majeure partie de cet élément se retrouve à l'état de phosphore soluble dans l'eau froide, directement précipitable en solution aqueuse par la mixture magnésienne, vraisemblablement sous la forme de phosphate alcalin ou alcalino-terreux monosubstitué.

Dans l'ensemble, avant leur chute, les feuilles de Laurier-cerise, arbre à feuilles persistantes, se comportent comme les feuilles de Châtaignier, arbre à feuilles caduques, et sont le siège d'une protéolyse active de même intensité, suivie d'une migration des principes solubles qui en résultent. Elles perdent une partie de leur substance sèche, de l'azote, du phosphore, du potassium, probablement au profit des jeunes pousses en voie de développement; mais cette migration est moins accusée pour le phosphore que dans les arbres à feuilles caduques et devient même nulle pour le soufre.

**PATHOLOGIE VÉGÉTALE.** — *Note préliminaire sur une maladie bactérienne des Zostères.* Note de MM. E. FISCHER-PIETTE, ROGER HEIM et ROBERT LAMI, présentée par M. Louis Mangin.

Dans la région de Saint-Malo, les herbiers littoraux à *Zostera marina*, qui, de mémoire d'homme, furent toujours florissants et qui l'étaient encore en septembre 1931, subirent au cours de l'hiver 1931-1932 une destruction presque totale : au printemps 1932, il ne subsistait de leurs vastes prairies que quelques pieds épars aux feuilles tachées et languissantes. Durant l'été 1932, ces herbiers se reconstituèrent partiellement, mais, en novembre dernier, leur régression s'affirmait à nouveau. Par contre les herbiers à *Zostera nana* de la région, d'ailleurs situés à un niveau supérieur aux précédents, restaient jusqu'ici intacts.

La disparition de ces plantes marines revêt une importance toute particulière du fait qu'elle touche au domaine économique. On sait en effet que les Zostères sont récoltées en certains endroits où elles font l'objet d'un véritable commerce (rembourrage, emballage, engrais), et que, d'autre part, elles fournissent des abris à divers animaux comestibles et à leurs pontes.

L'intérêt de la question apparaît d'autant plus grand que cette brusque destruction atteint non seulement toute la côte bretonne où nous l'avons signalée les premiers <sup>(1)</sup>, mais aussi, d'après les données récentes que nous avons réunies, presque toutes les côtes atlantiques françaises, celles de Hollande, et, depuis deux années au moins, le littoral atlantique du Canada et celui des États-Unis, de la Virginie jusqu'au Maine. Par contre les côtes méditerranéennes de France semblent indemnes jusqu'à ce jour.

Les graves conséquences auxquelles peut conduire cette maladie justifient les inquiétudes des pêcheurs et des pouvoirs publics. Son extension même nous interdisait d'en rechercher la cause directe en des influences climatiques particulières. *A priori*, il semblait déjà vraisemblable qu'il s'agissait d'une maladie à caractère épidémique. L'examen des plantes attaquées nous en a apporté la certitude.

L'affection débute dans la partie sommitale des feuilles par l'apparition de taches grises, puis brunâtres, fréquemment marginales, à contours vagues ou précis, linéaires ou irréguliers, formant souvent des plages à aspect granuleux. Ces macules primitives s'étendent et brunissent fortement, en même temps que des taches plus tardives et non terminales se forment çà et là. Puis elles confluent et progressent vers la base. Les gaines et les rhizomes à leur tour sont atteints, offrant des taches isolées, brunes puis noirâtres, visibles notamment sur le pourtour des nœuds, puis gagnant toute l'épaisseur des organes. Enfin, dans le stade ultime de la maladie, les limbes, entièrement noircis, se déchirent, et les rhizomes, nécrosés, devenus fragiles, se brisent facilement. Les plantes disparaissent ainsi, non par putrescence des tissus, mais par suite de leur fragmentation.

Comme on le voit, le phénomène présente macroscopiquement une ressemblance manifeste avec certaines affections bactériennes.

L'étude microscopique confirme ce diagnostic. Elle montre, au niveau des macules foliaires principalement, mais aussi sur la plus grande longueur des feuilles partiellement tachées, la présence d'abondantes bactéries en courts bâtonnets. Ces organismes s'observent en grand nombre, dès le début de la manifestation des attaques, à l'intérieur des faisceaux libéro-ligneux et des fibres dites scléreuses, de même que dans les intervalles ménagés par la destruction des lamelles moyennes. Finalement, ils envahissent tout l'organe, provoquant une nécrose généralisée.

Nous avons pu cultiver sur divers milieux artificiels une bactérie isolée à

---

(1) *Bull. Labor. Saint-Servan*, fasc. X, 1932.

partir des plantes malades, paraissant identique à celle observée dans les coupes des organes atteints, et qui se présente sous forme de bâtonnets à Gram négatif, de 1,5 à 4- de long en général sur 0,5 de largeur environ. Un travail ultérieur en précisera les caractères et la position taxonomique.

Il reste à connaître les conditions exactes qui ont pu présider à la contamination ou la favoriser. L'anatomie particulière des feuilles adultes de *Zostères*, dont la nervure médiane s'épanouit au sommet et communique, de même que les terminaisons des fibres, avec le milieu extérieur, explique en tout cas la facilité avec laquelle se produit la contamination. La nécrose normale et très localisée des tissus au sommet des feuilles renforce cette hypothèse. Ces dispositions et les observations que nous avons faites sur la progression des bactéries dans les fibres et le long de celles-ci permettent de reconstituer le mécanisme de l'infection que des blessures accidentelles peuvent également favoriser. Elles n'autorisent pas à nier le parasitisme de la bactérie dont il importe de mettre en évidence le caractère biologique essentiel : son cheminement par la voie des longs éléments vasculaires et fibreux (lumen et paroi extérieure).

Étant donné que l'affection est connue en Amérique du Nord depuis au moins deux années et en Europe depuis moins d'un an seulement, il est permis de supposer que cette bactérie pathogène est d'origine américaine.

ANATOMIE COMPARÉE. — *Bases anatomiques de la classification des Poissons Apodes appartenant au sous-ordre des Lyoneres*. Note de M. LÉON BERTIN, présentée par M. Maurice Caullery.

Par toute leur conformation, les *Eurypharynx* de Vaillant et les *Saccopharynx* de Mitchill ont nettement un faciès abyssal. Mais, tandis que l'anatomie des *Eurypharynx* est bien connue, grâce aux recherches de Zugmayer (1911-1913), et de Nusbaum-Hilarowicz (1923), celle des *Saccopharynx*, animaux rarissimes, n'a guère fait de progrès depuis les Mémoires déjà anciens de Mitchill (1824) et d'Harwood (1827). Je puis combler aujourd'hui cette lacune, grâce au riche matériel provenant des croisières océanographiques du *Dana* (1). Les espèces étudiées sont *Eurypharynx pelicanoides* Vaillant (= *Gastrostomus Bairdi* Gill et Ryder) et

---

(1) Cette collection fera l'objet d'un Mémoire d'ensemble de M. L. Roule et de moi-même.

*Saccopharynx ampullaceus* Harwood. Je les désignerai dans la suite par les initiales *E* et *S*.

1° *Squelette vertébral*. — Vertèbres amphicéliques avec notocorde persistante. Arcs hémal et neural incomplets. Aucune trace de côtes. — *E*. Environ 105 vertèbres dont 30 préanales. — *S*. Environ 250 vertèbres dont 40 préanales.

2° *Squelette maxillaire*. — Absence de plusieurs os, tels que prémaxillaires, palatins, ptérygoïdes, symplectiques, dentaires, articulaires, angulaires. Étirement des maxillaires en longues baguettes grêles et flexibles, dont l'articulation, reportée à une grande distance en arrière du crâne, lui est rattachée par un suspenseur (hyomandibulaire + os carré). — *E*. Mâchoires droites, dents en lime; suspenseur faisant 7-9 fois la longueur du crâne; hyomandibulaire plus court que l'os carré. — *S*. Mâchoires arquées, une trentaine de dents longues et crochues à chaque demi-mâchoire; suspenseur faisant 4-5 fois la longueur du crâne; hyomandibulaire prédominant sur l'os carré.

3° *Squelette cranien*. — Grand développement de la région otique, où s'articulent les suspenseurs. — *E*. Crâne hexagonal; pariétaux plus grands que les frontaux; ethmoïde large et court; un os nasal. — *S*. Crâne rétréci en avant; frontaux plus grands que les pariétaux; ethmoïde allongé; pas d'os nasal.

4° *Appareil respiratoire*. — Pas d'opercules ni de rayons branchiostèges. Chambres branchiales ouvertes largement en dehors, mais ne communiquant avec le pharynx que par d'étroits orifices qui alternent avec les branchies. Arcs branchiaux réduits à de courtes baguettes cartilagineuses. Filaments branchiaux sur deux rangs et portant une double série de lamelles perpendiculaires à leur surface (structure en houppe). — *E*. 5 paires de branchies courtes possédant une quarantaine de filaments. — *S*. 4 paires de branchies un peu plus longues que dans le genre précédent; une cinquantaine de filaments par branchie.

5° *Appareil circulatoire*. — Cœur situé dans une concavité antérieure du foie. Péricarde épais <sup>(1)</sup>.

6° *Appareil digestif*. — Cavité buccale en forme d'entonnoir. Œsophage peu distinct du pharynx, qui, ainsi que l'estomac, est très dilatable, grâce à des replis longitudinaux. Intestin naissant sur le côté droit, dans la partie antérieure de l'estomac, puis se dirigeant à peu près en ligne droite jusqu'à l'anus; sa partie antérieure renflée et spongieuse; pas de cæca pyloriques. Pancréas accolé à l'intestin. Foie bilobé. Une vésicule biliaire. — *E*. Estomac 2-3 fois plus long que large; intestin légèrement sinueux; foie très développé; vésicule biliaire arrondie. — *S*. Estomac 4-5 fois plus long que large; intestin rectiligne; foie moins volumineux que dans le genre précédent; vésicule biliaire allongée.

7° *Autres viscères*. — Reins très longs et intimement soudés sur la ligne médiane. Deux uretères confluent en une vessie urinaire, qui débouche en arrière de l'anus. Pas de vessie natatoire. Glandes génitales rubanées, plissées, occupant toute la longueur du tronc. Orifice génital indistinct. — *E*. Reins s'effilant en arrière de l'anus. — *S*. Reins finissant au niveau de l'anus.

(1) Les vaisseaux sanguins n'ont pu être étudiés.



8° *Musculature*. — Atrophie des muscles, sauf de ceux en rapport avec le squelette maxillaire.

9° *Système nerveux*. — Moelle épinière non renfermée dans un canal rachidien. Encéphale caractérisé par l'extrême petitesse des cerveaux antérieur (lobes olfactifs, corps striés) et intermédiaire (couches optiques), qui équivalent dans leur ensemble au tiers du cerveau moyen (tubercules bijumeaux). Cervelet peu développé. Fosse rhomboïdale du quatrième ventricule largement ouverte et aussi longue que le reste de l'encéphale. Organes visuels et nerfs optiques rudimentaires.

Les dispositions anatomiques précédentes permettent d'améliorer et de préciser la classification admise jusqu'à ce jour. *Les deux genres étudiés sont les types de familles distinctes, dont il faut faire soit un sous-ordre des Poissons Apodes, soit un ordre de la classe des Téléostéens*. L'opinion de Nusbaum-Hilarowicz, d'après laquelle les *Eurypharynx* s'opposeraient à l'ensemble des Téléostéens par la structure de leur appareil respiratoire, ne peut être maintenue.

Le sous-ordre conserve le nom caractéristique de *Lyomères* (de λῶμα, désagréger; μέρος, partie), attribué tout d'abord par Gill et Ryder (1883) au seul genre *Eurypharynx*. Ce sous-ordre est essentiellement caractérisé par la dégradation organique, l'ampleur de la cavité buccale, la structure des branchies des animaux qui le constituent. Tous habitent les grandes profondeurs des océans.

Les caractères différentiels des familles, *Eurypharyngidés*, *Saccopharyngidés*, sont tirés du nombre des vertèbres et des branchies, de la structure du crâne et du squelette maxillaire, de la forme générale du corps, de la disposition des nageoires, etc. Chaque famille est réduite à un seul genre.

PHYSIOLOGIE. — *La formation des composés puriques aux dépens des matières protéiques dans le métabolisme azoté endogène*. Note de M. ÉMILE F.

TERROINE et M<sup>e</sup> GILBERTE MOUROT, présentée par M. d'Arsonval.

Des faits récents ont administré la preuve d'une formation synthétique des substances puriques par l'organisme aux dépens des matières protéiques alimentaires. Terroine, Gaja et Bayle (1) ont apporté l'un des plus démonstratifs en montrant que l'excrétion de l'allantoïne et des corps puriques chez le porc varie dans le même sens que l'excrétion azotée totale. Cette opération s'étend-elle aux protéines constitutives de l'organisme? Nous en avons récemment formulé l'hypothèse, nous fondant sur la répartition de l'azote dans l'urine d'animaux amenés au niveau minimum du métabolisme

(1) *Comptes rendus*, 193, 1931, p. 956.

azoté endogène <sup>(1)</sup>. En effet, le rapport N *allantoïne*/N *total* de l'urine est beaucoup plus élevé que le rapport N *purique*/N *total* de l'organisme : chez le rat, le premier est de 0,13 et le second 0,02. Une démonstration directe restait à fournir. La teneur en N purique d'animaux de même poids d'une espèce donnée étant sensiblement constante, ainsi que l'a montré Truszkowski, nous avons pensé le pouvoir faire de la manière suivante : soumettre à une inanition prolongée jusqu'à la mort des animaux dont on connaît le contenu en azote purique grâce à des analyses faites sur des témoins de même poids ; doser les corps puriques (bien entendu nous comprenons l'allantoïne sous ce vocable, son origine n'étant pas douteuse) dans les excréts pendant toute la durée de la survie ; déterminer l'azote purique restant dans l'organisme au moment de la mort ; voir enfin si la somme des deux dernières valeurs est égale ou supérieure à celle renfermée dans l'animal au début de l'essai.

Sujets témoins normaux.		Sujets inanitiés.					Différence entre N total récupéré et le contenu présumé d'azote au début de l'inanition	
		Poids au début	Contenu en N au début (présumé)	N total rejeté (urine et fèces)	Contenu en N à la fin	N total récupéré		
Poids (g.)	Contenu en N (g.)	(g.)	(g.)	(g.)	(g.)	(g.)	en valeur absolue (g.)	en % de N initial.
<i>Rats.</i>								
100	3,05	100	3,05	0,47	2,52	2,99	-0,06	-1,6
158	4,91	162	5,03	0,80	3,96	4,76	-0,27	-5,3
233	7,16	243	7,45	1,82	5,30	7,18	-0,28	-3,7
<i>Cobayes.</i>								
790	23,2	770	22,6	3,00	20,72	23,72	+1,12	+4,9
570	16,3	520	14,8	2,99	12,85	15,84	+1,04	+6,1

Mais une question préjudicielle devait être résolue. La conclusion tirée à l'aide d'un tel procédé ne peut être valable que si l'on saisit avec certitude la totalité des composés azotés excrémentitiels en s'adressant uniquement aux émonctoires habituels : urine et fèces. Et c'est précisément ce que nie Lombroso affirmant l'existence d'une perte par une voie inconnue ou sous une forme inconnue. Par des expériences parfaitement conduites, Dohna-Schlobitten a déjà montré l'inexactitude de cette affirmation en ce qui

(1) *Comptes rendus*, 194. 1932, p. 2235.

regarde les animaux soumis à un régime alimentaire normal. Les mesures auxquelles nous avons procédé sur des rats et des cobayes ne recevant aucune alimentation, et dont on trouvera ci-dessus quelques résultats, montrent qu'on retrouve dans la somme

$$\begin{aligned} & \text{N total des excréta (urine et fèces)} \\ & + \text{N total restant dans l'organisme} \end{aligned}$$

la quantité présente au moment de la mise au jeûne. Les très légères variations observées, tantôt en plus, tantôt en moins, sont de l'ordre des erreurs expérimentales.

La notion d'*azote injustifié*, formulée par Lombroso, incompatible d'ailleurs avec les données les plus certaines de la physiologie, ainsi que l'un de nous l'a déjà montré, ne saurait être retenue. Le programme d'essais, précédemment formulé, sur l'origine protéique endogène des composés puriques pouvait donc être mis à exécution. Tous les résultats expérimentaux seront présentés dans un prochain Mémoire : quelques-uns d'entre eux sont relevés ci-dessous à titre d'exemple.

Sujets témoins normaux.		Sujets inanitiés.							Différence entre
		Contenu présumé en	N purique rejeté par les urines.			N purique trouvé	N purique	N purique total	
			N purique	N allant	N		purique	et	
Poids.	Contenu en N purique.	Poids au début.	au début.	toïne $\times 5/4$ .	purique.	Total.	dans le sujet à la fin de l'inanition.	présupposé présent dans l'organisme au début.	
							récupéré.		

La conclusion de fait paraît incontestable : la somme

$$\begin{aligned} & \text{N purique rejeté par l'organisme} \\ & + \text{N purique présent dans l'organisme à la fin de l'inanition} \end{aligned}$$

est toujours beaucoup plus élevée que la quantité de N purique présente dans l'organisme au début. Une partie, et une partie importante, des composés puriques rejetés par l'urine ne pouvant pas trouver son origine dans une disparition correspondante des purines de l'organisme a nécessaire-

ment été formée par synthèse et, naturellement, aux dépens des matières protéiques des tissus.

L'organisme effectue donc la synthèse des corps puriques à l'aide de toutes les matières protéiques, quelle qu'en soit l'origine, endogène ou exogène. Nous dégagerons ultérieurement les conséquences qu'entraîne cette constatation, tant pour la mesure de la grandeur du métabolisme protéique que pour celle de la grandeur du métabolisme purique.

PHARMACOLOGIE. — *Recherches chimiques et pharmacodynamiques sur les principes cardiotoxiques du Lombiry, Cryptostegia madagascariensis.*

Note <sup>(1)</sup> de MM. FERNAND MERCIER et J. BALANSARD, présentée par M. Béhal.

Le *Cryptostegia madagascariensis* est une Asclépiadacée malgache dénommée par les indigènes Lombiry. Étudiée comme plante à caoutchouc par Jumelle <sup>(2)</sup> et Périer de la Bathie <sup>(3)</sup> elle possède des propriétés toxiques bien connues des malgaches qui en utilisent le latex pour se suicider ou pour se débarrasser de leurs ennemis, propriétés toxiques signalées par Hooper <sup>(4)</sup>, Raynal <sup>(5)</sup> et d'autres auteurs.

L'un de nous ayant eu à sa disposition, par l'intermédiaire de M. Périer de la Bathie, quelques kilogrammes de racines et de tiges de *Cryptostegia*, avait constaté, il y a près de 2 ans, que l'infusion ou la macération de cette plante exerçaient sur le chien des effets physiologiques et toxiques comparables à ceux produits par les médicaments digitaliques. Ces constatations nous avaient incités à entreprendre alors l'étude pharmacologique du *Cryptostegia*.

Une Communication récente de MM. E. Perrot et Raymond-Hamet <sup>(6)</sup> (*Sur un nouveau digitalique : le Lombiry, Cryptostegia madagascariensis*) nous oblige à résumer dans la présente Note l'état actuel de nos recherches.

Des racines et des tiges de *Cryptostegia* nous avons isolé entre autres substances deux glycosides cardiotoxiques différents :

---

<sup>(1)</sup> Séance du 19 décembre 1932.

<sup>(2)</sup> JUMELLE, *Plantes à latex et à résines*, 1909, p. 45.

<sup>(3)</sup> JUMELLE et PÉRIER DE LA BATHIE, *Les plantes à caoutchouc de l'ouest et du sud-ouest de Madagascar*, 1911, p. 14.

<sup>(4)</sup> HOOPER, *Bull. of Pharm.*, 5, 1891, p. 41.

<sup>(5)</sup> RAYNAL, *Ann. méd. et pharm.*, 28, 1925, p. 358.

<sup>(6)</sup> E. PERROT et R. HAMET, *Bull. Acad. Médecine*, 108, 1932, p. 1475.



1° Un *glycoside soluble dans l'eau* et l'alcool, insoluble dans l'éther et chloroforme, se présentant comme une poudre jaune très hygroscopique, donnant avec l'eau des solutions moussant fortement par agitation et se teintant en rose par la résorcine chlorhydrique à 60°. Ce corps donne avec  $\text{SO}^2\text{H}^2$  conc. une coloration brun rouge. Inactif sur la lumière polarisée avant hydrolyse il est dextrogyre après et réduit alors la liqueur de Fehling. Ne réduisant pas le réactif de Tollens et ne donnant pas de coloration rouge avec le nitro-prussiate de soude sodique, il ne peut être considéré chimiquement comme glycoside digitalique. Par contre, il semble par certaines de ses propriétés se rattacher au groupe des saponines.

2° Un *glycoside insoluble dans l'eau*, très soluble dans l'alcool, soluble dans l'acétone, insoluble dans l'éther se présentant comme une poudre blanc crème, donnant avec  $\text{SO}^2\text{H}^2$  conc. une coloration lie de vin. Dextrogyre après hydrolyse ce corps est comme le précédent de nature glycosidique. Il réduit le réactif de Tollens et donne une coloration rouge avec le nitro-prussiate de soude sodique. Présentant les réactions chimiques que Jacobs et Hoffmann considèrent comme caractéristiques des glycosides à chaîne lactonique fermée non saturée, il peut être *considéré chimiquement comme glycoside digitalique*.

Du point de vue pharmacodynamique ces deux glycosides semblent constituer la totalité des principes cardioactifs de la drogue, le glycoside soluble étant environ deux fois plus toxique que le glycoside insoluble.

L'étude comparative de l'action physiologique des deux glycosides sur l'appareil cardio-vasculaire, la respiration, la diurèse et les mouvements de l'intestin *in situ* sur le chien chloralosé, nous a montré des effets cardio-toxiques comparables qualitativement et identifiables à ceux des glycosides digitaliques, à savoir :

Actions inotrope + et chronotrope — (surtout d'origine vagale réflexe) des doses moyennes coïncidant avec une sensibilisation des terminaisons du vague cardiaque. Actions inotrope — et bathmotrope + des doses toxiques traduisant l'hyperexcitabilité musculaire du ventricule qui se trouve soustrait à l'influence du vague alors que l'oreillette réagit violemment à l'excitation de ce nerf. Mort survenant par fibrillation ventriculaire ou par arrêt diastolique au cours de la phase de bradycardie. Vaso-contriction marquée aux doses fortes conditionnant une hypertension intense chez les animaux à vagues sectionnés. Action excitante sur le centre respiratoire. Arrêt des mouvements de l'intestin *in situ* à doses subtoxiques. Action diurétique, en majeure partie directe, du glucoside insoluble. Pas d'effet diurétique appréciable du glycoside soluble.

Pour conclure, il nous semble que les deux glycosides que nous avons extraits du *Cryptostegia madagascariensis*, bien que possédant des actions pharmacodynamiques qualitativement comparables vis-à-vis de l'appareil cardio-vasculaire, sont pratiquement d'un intérêt différent.

Le glycoside soluble, par sa toxicité élevée, par l'absence d'effet cardio-

tonique des petites doses, par l'absence d'action diurétique, par l'action hémolytique enfin que nous avons constaté *in vivo*, au cours de nos expériences, semble être dépourvu d'intérêt. Il ne paraît pas en être de même pour le glycoside insoluble qui exerce un effet cardio-tonique marqué à des doses très éloignées de la dose toxique et qui par sa constitution chimique s'apparente aux glycosides digitaliques.

CHIMIE PHYSIOLOGIQUE. — *Action de l'adrénaline sur les échanges azotés*. Note<sup>(1)</sup> de MM. H. LABBÉ et M. RUBINSTEIN, présentée par M. Charles Richet.

L'adrénaline, qui exerce une action sur les échanges hydrocarbonés, modifie-t-elle parallèlement la nature ou le taux des échanges azotés? Il est plausible de penser que l'adrénaline, agissant sur le glycogène hépatique, affecte, en même temps, le métabolisme azoté dont les stades importants s'effectuent principalement dans le foie. La mise en évidence par l'un de nous (H. LABBÉ, *Comptes rendus*, 180, 16 mars 1925) de l'action de l'insuline sur le métabolisme de l'azote, autorise à supposer l'existence d'un antagonisme se manifestant ainsi entre l'adrénaline et l'insuline dans le domaine des échanges azotés. D'autre part le point est encore controversé de savoir si les protéiques interviennent, ou non, dans l'origine de l'hyperglycémie adrénalinique<sup>(2)</sup>. Par ailleurs, la gravité d'un diabète est différente suivant que les troubles du métabolisme des hydrates de carbone s'accompagnent ou non de troubles des échanges azotés. Pour l'ensemble de ces raisons, il paraît justifié de rechercher si l'on peut constater l'apparition de troubles du même ordre pendant la durée du diabète adrénalinique.

Jusqu'à présent, les auteurs se sont surtout préoccupés d'étudier le problème dans des conditions expérimentales très particulières. Par contre, il a été effectué diverses recherches concernant les modifications qualitatives de l'élimination azotée, à l'état normal, sous l'influence de l'adrénaline<sup>(3)</sup>. Les résultats publiés sont assez discordants. Seul, à notre connaissance, Braier a étudié le problème quantitatif<sup>(4)</sup>, mais dans des conditions très anormales (jeûne complet et prolongé). Il a trouvé une

---

<sup>(1)</sup> Séance du 19 décembre 1932.

<sup>(2)</sup> Macleod (*Ergebnisse der Physiologie*, 30, 1930, p. 409) donne la bibliographie complète.

<sup>(3)</sup> BREL, *Thèse médicale de Bordeaux*, 1921; N. PATON, *Journal of Phys.*, 29, 1913, p. 286; GRAHAM LUSK, *Proc. Soc. Exper. Biol. & Med.*, 14, 1913, p. 49.

<sup>(4)</sup> BRAIER, *C. R. Soc. Biol. de Paris*, 2, 1931, p. 493.

légère diminution de l'azote urinaire. Les causes de la discordance observée pouvant tenir à des conditions de nutrition anormales et non comparables entre elles, nous avons opéré, dans des conditions normales et déterminées, après réalisation, chez l'animal en expérience, d'un état d'équilibre azoté persistant.

Nos expériences ont été pratiquées sur des chiens soumis à un régime fixe et les équilibres azoté et pondéral ont été réalisés chez eux avant de procéder aux injections d'adrénaline. L'adrénaline (Byla) a été employée en injections sous-cutanées à des doses variant entre  $0^{\text{cm}^2},5$  et  $1^{\text{cm}^2},5$  de la solution 1 pour 100. La dose maximale par kilogramme a été de  $0^{\text{mg}},02$ . A titre d'exemple, nous donnons ci-dessous quelques chiffres d'élimination par nycthémère, obtenus dans nos cas favorables.

*Azote urinaire par 24 heures.*

Dates des injections.	Jour avant.	Jour de l'injection.	1 <sup>er</sup> jour après.	2 <sup>e</sup> jour après.
Chien n° 1.				
18/VIII.....	4,5	3,48	3,58	4,05
23/VIII.....	3,71	2,54	2,5	—
25/VIII.....	2,5	2,24	3,258	3,3
6/IX.....	3,91	2,05	4,77	4,35
Chien n° 2.				
24/VIII.....	4,01	2,69	4,08	3,98
27/IX.....	3,8	3,48	3,01	3,74
Chien n° 3.				
4/X.....	3,88	3,12	3,3	—
6/X.....	3,3	2,4	2,88	3,17

On constate, après chaque injection, une diminution de l'élimination azotée par nycthémère et l'effet produit persiste souvent jusqu'au troisième jour. L'action déprimante de l'adrénaline sur les éliminations azotées apparaît clairement en déterminant les moyennes d'élimination azotée pendant quelques jours, avant et après injections. Pour le chien n° 1, la moyenne est passée de 4,18 (avant injection) à 3<sup>s</sup>,53 (après); pour le n° 2, de 3<sup>s</sup>,88 à 3<sup>s</sup>,38; pour le n° 3, de 3<sup>s</sup>,88 à 3<sup>s</sup>,16 et 2<sup>s</sup>,64. L'équilibre azoté, atteint et conservé chez l'animal pour un taux d'alimentation déterminé, est généralement détruit du fait de l'introduction d'un excès d'adrénaline dans la circulation. Nous ne pouvons, d'ailleurs, pas encore préciser quel est en ce cas le mode d'action de l'adrénaline.

BIOLOGIE EXPÉRIMENTALE. — *Étude sur les effets biologiques des ultra-pressions : Résistance des bactéries, des diastases et des toxines aux pressions très élevées.* Note de MM. JAMES BASSET et M.-A. MACHEBEUF, présentée par M. E. Roux.

Les techniques de travail aux très hautes pressions mises au point par l'un de nous (1) ont permis d'aborder pratiquement l'étude de l'évolution de divers phénomènes physiques ou chimiques dans les milieux soumis à des pressions extrêmement élevées. Il nous a semblé intéressant d'utiliser ces techniques pour voir comment se comportent vis-à-vis des pressions élevées (jusqu'à 20 000 atmosphères) les organismes vivants et les substances qui les constituent ou qui en dérivent.

Nous avons étudié, tout d'abord, la résistance des bactéries aux ultra-pressions, puis nous avons étudié la résistance des diastases, et des toxines que produisent les bactéries ou d'autres organismes.

*Bactéries.* — Nous avons placé des émulsions de microbes divers dans des récipients appropriés et nous les avons soumises à des pressions élevées, pendant des temps variables, à la température ordinaire, après quoi, nous avons ensemencé avec ces émulsions microbiennes des milieux appropriés et nous avons comparé la vitalité des germes qui avaient été soumis à la pression, à celles de germes semblables conservés comme témoins dans des récipients identiques et à des températures comparables.

Toutes les espèces bactériennes que nous avons étudiées conservent le pouvoir de se développer après un séjour de 45 minutes dans un liquide comprimé à 3000<sup>atm</sup>, voire à 4000. Une pression plus élevée, telle que 6000<sup>atm</sup> tue les bactéries non sporulées que nous avons étudiées : *Bacillus prodigiosus* et *Staphylococcus aureus*; le bacille de Koch est également détruit assez facilement par la pression. Certaines bactéries sporulées telles que *Bacillus subtilis* ont résisté par contre à tous les efforts que nous avons pu tenter : leurs spores ont encore germé parfaitement après avoir subi pendant 45 minutes une pression de 17 600 atmosphères.

Les milieux liquides dans lesquels nous avons soumis les germes à la pression ont été de deux sortes : eau physiologique neutre et bouillon de viande ordinaire, dans les deux cas les résultats furent identiques. Nous

---

(1) J. BASSET, *Comptes rendus*, 185, 1927, p. 343, et 191, 1930, p. 928.



n'avons pas, il est vrai, étudié l'influence de la réaction du milieu, le pH était toujours compris entre 6,9 et 7,2.

Les récipients dans lesquels les émulsions microbiennes ont été soumises à la pression pouvant avoir, à de telles pressions, une influence chimique inconnue, nous avons fait varier la nature de ces récipients et nous avons opéré : 1° dans des tubes d'étain fin, clos par soudure ou par sertissage; les parois d'étain étaient minces et très malléables, elles permettaient donc la transmission de la pression du liquide extérieur au liquide intérieur; 2° dans des tubes de feuille anglaise non colorée fermés à chaque extrémité par une ligature soigneuse et très serrée (procédé de choix); 3° dans certains cas, nous avons placé les émulsions microbiennes dans des tubes en porcelaine poreuse; parfois enfin dans de simples ampoules de verre communiquant avec le liquide ambiant par un très long tube capillaire recourbé.

Dans tous les cas nous avons eu soin de remplir complètement nos récipients et d'en éliminer toute bulle gazeuse.

Quelle que soit la nature des récipients, les résultats furent toujours identiques, il semble donc que la pression soit bien le facteur actif qui détruit la vitalité des bactéries non sporulées. Nous avons vérifié qu'il ne se produisait dans les liquides en expériences aucune variation notable de température.

*Diastases et toxines.* — Les solutions en expériences furent placées aseptiquement dans des tubes en étain ou en caoutchouc hermétiquement fermés et nous avons toujours utilisé comme témoin un égal volume de la même solution maintenu dans un tube identique pendant la durée de l'expérience.

Les *diastases* étudiées furent la saccharase de levure, la laccase d'un champignon *Russula emetica* et la laccase de l'arbre à laque *Rhus succedanea*. Toutes ces ases se sont montrées sensibles à la pression, mais leur inactivation n'est totale que si la pression est très élevée et si elle est maintenue pendant un temps assez long.

La sucrase pressée à 10000<sup>atm</sup> pendant 30 minutes perd seulement 35 pour 100 de son activité, mais à 13500<sup>atm</sup> pendant 45 minutes, elle perd totalement son activité.

Une macération glycinée de Russule perd 80 pour 100 de son activité oxydasique en 45 minutes à 13500<sup>atm</sup>, tandis que, dans les mêmes conditions, une solution aqueuse de l'oxydase de l'arbre à laque perd toute son activité.

Les trois ases étudiées se comportent de façon assez semblable : si la pres-

sion atteint ou dépasse 9000<sup>atm</sup> environ, l'activité asique est atténuée et l'atténuation est d'autant plus intense que la pression est plus élevée et que la durée d'action de la pression est plus grande. Si la pression atteint une valeur très élevée, variable d'ailleurs avec l'ase étudiée, l'activité asique disparaît.

Comme *toxines* nous avons étudié des filtrats très actifs de cultures de bacilles tétaniques et de bacilles diphtériques; nous les avons soumis à la pression sans les diluer. La toxine diphtérique perd 80 pour 100 de son activité si on la presse pendant 45 minutes à 13500<sup>atm</sup> et il faut presser pendant 45 minutes à 17600<sup>atm</sup> pour qu'il ne persiste plus que un centième de l'activité.

La toxine tétanique est un peu plus sensible : à 13500<sup>atm</sup> son activité est si atténuée que les animaux ne présentent aucun symptôme si la dose injectée n'atteint pas au moins celle qui, avant l'action de la pression, correspondait à 500 doses mortelles.

Nous avons étudié certaines *substances voisines des toxines microbiennes*. Le venin de cobra ne s'est pas comporté comme les toxines tétaniques ou diphtériques; du venin en solution dans de l'eau physiologique soumis à 13500<sup>atm</sup> pendant 45 minutes tue le cobaye à la même dose que le venin témoin. L'hémolysine du venin est cependant légèrement atténuée.

La *tuberculine*, qui n'est pas une toxine, a résisté à 13500<sup>atm</sup> pendant 45 minutes.

Les diastases et les toxines microbiennes se comportent en somme d'une manière très comparable, elles résistent aux pressions déjà élevées de l'ordre de 6000 à 8000<sup>atm</sup>; elles sont atténuées par des pressions plus élevées (10000 à 12000<sup>atm</sup>); elles perdent enfin toute activité si la pression est très élevée (supérieure à 12000<sup>atm</sup>) et est maintenue assez longtemps.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Recherches sur le poids moléculaire de la globine de M<sup>me</sup> J. diverses hémoglobines*. Note (1) de M. et M<sup>me</sup> G. S. ADAIR et M. et ROCHE, présentée par M. A. Desgrez.

Nous avons entrepris l'étude de la pression osmotique des solutions de globine (de Bœuf, de Cheval) pour essayer de déterminer le poids molé-

---

(1) Séance du 5 décembre 1932.

laire de cette protéine par la méthode de l'un de nous (1), basée sur la pression osmotique des solutions en équilibre avec des tampons salins.

Environ 100 mesures de pression osmotique ont été faites à 0° sur des solutions de 0,5 à 10 pour 100 de globines (préparées par la méthode d'Hamsik ou par celle d'Anson et Mirsky) et, à titre de comparaison, sur des solutions des hémoglobines correspondantes.

Afin de calculer la pression osmotique partielle des ions protéiques, l'on a mesuré, après l'établissement de l'équilibre osmotique (10 à 15 jours), le potentiel de membrane entre la solution étudiée et le mélange tampon dans lequel plonge chaque osmomètre.

L'expérimentation a été compliquée par l'instabilité de la protéine qui, lorsqu'on s'éloigne des conditions expérimentales que nous avons adoptées (mesure à 0°, équilibration avec des mélanges tampon d'acétates ou de phosphates) se transforme spontanément en paraglobine (2).

Voici les constatations auxquelles ont donné lieu les mesures faites au point isoélectrique de la globine, soit à  $\text{pH} = 7,7$  à 0° (2).

Avec les solutions d'oxyhémoglobine, la valeur des rapports :

1°  $p/C_v = \pi_v$  (où  $p$  représente la pression osmotique observée et  $C_v$  la concentration de la protéine en grammes pour 100 de solvant), et  
2°  $p_p/C_v = \pi_p$  (où  $p_p$  est la pression osmotique partielle des ions protéiques), augmente en fonction de  $C_v$  ainsi qu'Adair l'avait déjà observé. Au contraire, dans le cas de la globine,  $\pi_v$  et  $\pi_p$  diminuent lorsque  $C_v$  augmente, comme le montre la figure.

Ce fait peut être dû soit à une diminution du coefficient osmotique en fonction de  $C_v$ , ce qui est peu vraisemblable, soit à l'existence d'un équilibre dynamique entre divers polymères de la globine dans la solution, hypothèse qui nous paraît devoir être seule retenue.

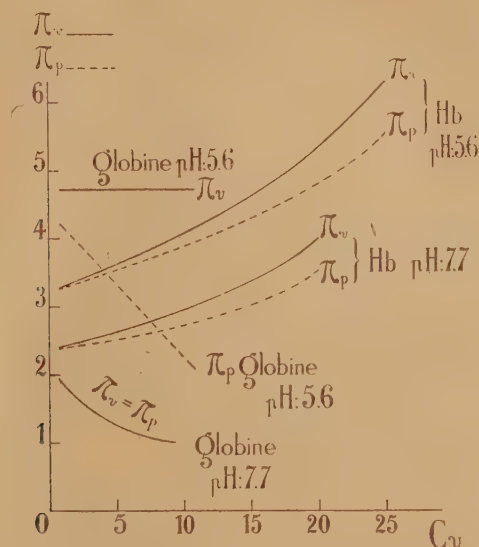
Dès lors, le poids moléculaire apparent de la globine, calculé à partir des pressions osmotiques, présente, à un pH donné, une valeur qui dépend de la concentration des solutions, tandis que celui des autres protéines étudiées par Adair, Adair et Robinson (hémoglobines, sérualbumines, sérumbulbines) au moyen de la même méthode, est indépendant de ce facteur.

Aussi n'avons-nous pas pu déterminer à quel degré de polymérisation la globine existe dans l'hémoglobine.

(1) G. S. ADAIR, *Proc. Roy. Soc., A*, 108, 1925, p. 627, et 109, 1925, p. 292.

(2) J. ROCHE, *Comptes rendus Lab. Carlsberg*, 18, IV, 1930, p. 1. Nous désignons avec J. Roche sous le terme de paraglobine la « globine dénaturée » des auteurs anglo-américains.

Le pH intervient également dans le phénomène observé. Une série de mesures faites à  $\text{pH} = 6,5$  sur des globines et sur des paraglobines, préparées par la méthode de Schultz modifiée, a permis de constater des diffé-



Variation de  $\pi_v$  et de  $\pi_p$  en fonction de  $C_v$  (hémoglobine et globine de Bœuf).

rences de  $\pi_v$  et de  $\pi_p$  à  $\text{pH} = 5,6$  et  $7,7$  dans des solutions également concentrées en protéine (voir la figure). Par ailleurs la pression osmotique exercée par la paraglobine est toujours moindre que celle de la globine. Pour des concentrations voisines de 1 pour 100, les poids moléculaires apparents sont les suivants à  $\text{pH} = 5,6$  :

Espèce.	Globine.	Paraglobine.	Hémoglobine.
Bœuf.....	37 000	99 000	67 000
Cheval.....	29 000	63 000	65 000

La paraglobine semble donc être un polymère de la globine.

En résumé, s'il ne nous est pas permis de fixer de façon absolue le poids moléculaire de la globine et de la paraglobine, nos recherches montrent que ces protéines sont susceptibles de se polymériser, en formant des agrégats de nombres divers de molécules, dans des conditions où les autres protéines ne le font pas.



BIOCHIMIE COMPARÉE. — *Sur la porphyrine tégumentaire du Lumbricus terrestris*. Note de M. CH. DHÉRÉ, présentée par M. L. Joubin.

En 1886, Mac Munn <sup>(1)</sup> publia une série d'observations spectroscopiques démontrant, d'après lui, l'existence d'hématoporphyrine tégumentaire chez le Ver de terre et chez quelques autres Invertébrés. Par la suite, dans le cas du Ver de terre, cette conclusion fut critiquée et considérée comme inexacte.

R. Heller <sup>(2)</sup> fit remarquer que Mac Munn procédait à l'extraction du pigment avec de l'alcool additionné d'acide sulfurique (concentration non indiquée) et que, dans ces conditions, de l'hématoporphyrine pouvait fort bien être artificiellement formée à partir de l'hémoglobine du sang ou d'un autre pigment se trouvant dans la peau. Cette remarque critique est assurément fondée; car, si l'oxygène est absent (réduction bactérienne, par exemple), une faible acidité suffit pour déterminer la production d'une porphyrine à partir d'hémoglobine ou d'hématine <sup>(3)</sup>. Heller a encore combattu ce qu'il appelle l'« erreur » de Mac Munn en attirant l'attention sur le fait, signalé par Stübel <sup>(4)</sup>, que la peau du Ver de terre ne présente aucune fluorescence (plus exactement, aucune fluorescence rouge) quand on la place dans un puissant faisceau de rayons ultraviolets; or, comme l'a observé Heller, et comme l'avaient d'ailleurs établi antérieurement, et d'une façon plus rigoureuse, Dhéré et Sobolewski <sup>(5)</sup>, les rayons ultraviolets (de l'ultraviolet initial) excitent fortement la fluorescence, d'un rouge plus ou moins orangé, que possèdent les solutions d'hématoporphyrine dans les acides, les alcalis ou les solvants organiques neutres.

H. Günther <sup>(6)</sup>, qui reprit l'étude de ce pigment tégumentaire en 1922, aboutit, lui aussi, à des conclusions négatives. Il ne parvint pas, dit-il, à observer un spectre de porphyrine en examinant soit un lambeau de tégument soigneusement préparé, soit la liqueur contenant le pigment extrait de ce lambeau avec de l'alcool acidifié (10 pour 100 HCl).

Toutes mes recherches ont été faites sur des Vers à jeun depuis plusieurs jours. On détachait la partie antérieure par section transversale juste en

(1) C. A. MAC MUNN, *Journ. of Physiology*, 7, 1886, p. 240.

(2) R. HELLER, *Vierteljahrsschr. f. gerichtl. Med.*, 51, 1916, p. 224.

(3) Cf. notamment : P. P. LAIDLAW, *Journ. of Physiology*, 31, 1904, p. 464; ainsi que CH. DHÉRÉ, *Journ. de Physiol. et de Pathol. gén.*, 17, 1917, p. 67 (expériences avec des acides organiques).

(4) H. STÜBEL, *Pflüger's Arch. f. die ges. Physiol.*, 142, 1911, p. 1.

(5) CH. DHÉRÉ et S. SOBOLEWSKI, *C. R. Soc. de Biol.*, 70, 1911, p. 511.

(6) H. GÜNTHER, *Ergebn. der Allgem. Pathol. u. Pathol. Anat.*, 20, 1922, p. 641.

avant du clitellum. Cette portion antérieure était fixée avec des épingles sur une planchette de liège et ouverte au milieu de la face ventrale par section longitudinale. Les viscères et vaisseaux étaient complètement enlevés et la surface interne parfaitement nettoyée avec des tampons d'ouate. Si l'on examine la surface interne ou la surface externe en lumière violette et ultraviolette de grande intensité (rayons compris entre  $\lambda$  425 et  $\lambda$  335<sup>m $\mu$</sup> ), on observe que les bandes transversales pigmentées de la peau exsangue apparaissent d'un violet très foncé. Ce lambeau *frais* présente un spectre d'*absorption* typique de porphyrine (*axe* Bande I = 644<sup>m $\mu$</sup> ).

De plus, après avoir placé un lambeau de peau (soigneusement préparé) dans de l'éther, de l'alcool ou de la pyridine, on voit, à la lumière excitatrice violette et ultraviolette, une magnifique fluorescence rouge partout où se trouve le pigment brun. Avec l'alcool et surtout avec la pyridine, le pigment fluorescent entre très vite en solution; avec l'éther, au bout d'une demi-heure à une heure, le pigment est encore *in situ*; et alors toute la face dorsale apparaît colorée en rouge éclatant, les soies chitineuses latérales formant des sortes de franges d'un joli vert.

L'analyse spectrale, oculaire et photographique, des radiations émises par fluorescence, montre que l'on a affaire uniquement à de la *protoporphyrine* <sup>(1)</sup>. Si l'on a introduit la peau dans de l'ammoniaque *n*, le spectre de fluorescence est au début d'une complexité remarquable; mais une série d'expériences comparatives me font admettre qu'il n'y a pas dans ce fait une preuve suffisante de l'existence d'un mélange de porphyrines. On peut encore identifier la porphyrine en plaçant la peau dans HCl<sub>2</sub>*n*: le pigment se dissout facilement et le spectre de fluorescence coïncide avec celui de la protoporphyrine pure dans le même solvant.

Puisque les solvants *neutres* et même *alcalins* permettent d'extraire *directement* une porphyrine (*protoporphyrine*) de la peau du *Lumbricus terrestris*, c'est évidemment que ce pigment préexiste à l'état libre dans le tégument de ce Ver. Comment alors expliquer l'absence de fluorescence *in vivo*? L'explication se trouve sans doute dans une constatation que j'ai faite en 1911, avec Sobolewski (*loc. cit.*), à savoir que l'hématoporphyrine est soluble dans l'eau pure en formant une liqueur colloïdale; et qu'ainsi dissoute, c'est-à-dire à peu près sinon exactement au point isoélectrique

---

(1) Résultat concordant avec celui obtenu par H. Fischer et H. Hilmer (*Ztschr. f. physiol. Chem.*, 153, 1926, p. 213) en traitant par l'acide acétique glacial puis par l'éther un lot de 250<sup>g</sup> de Vers de terre.



(nous constatons une convection anodique) ce pigment ne possède plus de fluorescence appréciable <sup>(1)</sup>.

Ainsi les êtres vivants disposeraient de deux moyens pour annuler la fluorescence des porphyrines et supprimer les phénomènes de photosensibilisation : soit la combinaison des porphyrines avec le fer ou le cuivre (cas bien connus), soit le dépôt, dans les tissus superficiels, des porphyrines à un état colloïdal excluant la fluorescence.

MÉDECINE. — *Effets remarquables de la diathermo-coagulation* <sup>(2)</sup> *dans les cancers radiologistes atteints de radiodermites.* Note <sup>(3)</sup> de M. S. TURCHINI, présentée par M. d'Arsonval.

C'est mon cas personnel dont je vais rapporter l'observation ; il mérite d'être connu de tous ceux qui sont exposés aux rayons X ou aux rayons de radium.

Après avoir été atteint d'une radiodermite chronique des deux mains, j'ai vu se manifester sur la main gauche des lésions dont les débuts remontent à 10 ans environ. Ces lésions résistèrent aux divers traitements appliqués.

Je subis l'amputation de l'index, du médius, puis celle de l'annulaire, accompagnée de la résection du quatrième métacarpien, en 1928 ; il se forma plus tard des productions cornées qui, à la suite de petits traumatismes journaliers, se fissurèrent et s'ulcérèrent, tout en devenant très douloureuses ; souvent le suintement dégageait une odeur fétide. Les pansements, les bains, les baumes diminuent la fétidité, mais ne parviennent ni à cicatriser les fissures, ni à calmer la douleur d'une façon durable. L'extension de la lésion se fait en surface et en profondeur, vers les articulations en particulier, et l'amputation de la main paraît devenir nécessaire.

C'est ainsi qu'en mai 1932, sur cette main ne comportant plus que le pouce et l'auriculaire comme moyens de préhension apparurent des fissurations profondes sur un élément développé sur la partie dorsale et interne de la première phalange du pouce ; cet élément évoluait depuis un an et

---

<sup>(1)</sup> Résultats étendus et précisés bien davantage par les recherches de H. Fink (cf. *Ztschr. f. physiol. Chem.*, 202, 1931, p. 8).

<sup>(2)</sup> Découverte par d'Arsonval en 1896, confirmée par Bordier et Lecomte (*Comptes rendus*, 133, 1901, p. 1297).

<sup>(3)</sup> Séance du 9 décembre 1932.



avec une surface d'environ 3<sup>cm²</sup>. Deux autres éléments cornés, mais non fissurés et d'une surface de 2<sup>cm²</sup> siégeaient sur le moignon d'amputation de l'index et sur la face dorsale du poignet.

Une opération chirurgicale comportant l'amputation du poignet m'est



Fig. 1. — Radiodermite de trois lésions cancéreuses graves. Aspect de la main du docteur Turchini avant le traitement.

Fig. 2. — La même main traitée par le docteur Bordier, trois mois après la diathermo-coagulation. Les trois placards épithéliomateux sont cicatrisés.

proposée : elle paraît devenir nécessaire du fait de l'apparition de douleur au moindre choc, mais je renonce à l'intervention immédiate devant l'importance de la mutilation qui m'aurait privé d'une main.

Le 24 juin 1932 les choses en sont là, lorsque je me rends à Lyon auprès de M. Bordier pour lui demander son avis sur mon cas : celui-ci n'hésite pas à pratiquer la coagulation diathermique des trois placards épithéliomateux qui viennent d'être décrits. Une anesthésie locale est préalablement faite avec de la butelline. Chaque épithélioma est traité successivement, ce qui ne demande que quelques minutes.

Après l'intervention, bains quotidiens dans de l'eau bouillie additionnée de 7 à 8 gouttes de teinture d'iode, puis pansements gras pour éviter la



macération et la production de vésicules eczémateuses auxquelles la peau de cette main est sujette.

La cicatrisation est complète vers le 10 août, sauf en un point de l'ulcération qui siégeait sur le moignon de l'index, l'os ayant été mis à nu lors de la chute de l'escarre produite à la suite de la diathermo-coagulation. Toutefois, le 10 septembre, la cicatrisation est achevée et tout pansement devient inutile.

Les cicatrices consécutives à la diathermo-coagulation sont souples; en particulier, les mouvements du pouce ont retrouvé une amplitude aussi grande qu'avant la dégénérescence épithéliomateuse.

Les sensations douloureuses disparurent aussitôt après l'intervention diathermique et ne se sont plus reproduites depuis.

Comme on le voit sur la deuxième photographie ci-dessus, le résultat obtenu est digne d'être publié. Non seulement je suis maintenant complètement débarrassé de mes lésions graves, mais, en outre, l'amputation du poignet n'est plus à envisager.

La séance est levée à 15<sup>h</sup> 55<sup>m</sup>.

E. P.